

MATURAARBEIT 2017

10x

Beautiful Butterfly

Interferenz beim Flügelschlag

20x

Gymnasium Kirschgarten Basel

Aashi Kalra

aashi.kalra@edubs.ch

Klasse 5e

Basel, 01. Dezember 2017

Betreut von

Herr Reinhard Weiss
und

Dr. Thilo Glatzel

50x

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Vorwort	1
2 Einleitung	2
3 Theorie	4
3.1 Licht und Farben	4
3.1.1 Strukturfarben	6
3.1.2 Pigmentfarben	7
3.2 Das Bohrsche Atommodell	7
3.3 Die Maxwell-Gleichungen	8
3.4 Finite-Differenzen-Methode	10
4 Material und Methoden	13
4.1 Spektrometer	15
4.2 Lasermikroskop	17
4.3 Rasterelektronenmikroskop	19
4.4 Alkohol Experiment	20
4.5 MATLAB Simulationen	20
5 Resultate und Diskussion	22
5.1 Spektrometer	22
5.2 Lasermikroskop	23
5.3 Rasterelektronenmikroskop	24
5.3.1 Tannenbaumstruktur: Interferenz	36
5.3.2 Grubenstruktur: Phänomen	37
5.4 Alkohol Experiment	38
5.5 MATLAB Simulationen	39
5.6 Diskussion	44
6 Zusammenfassung und Nachwort	46
Tabellenverzeichnis	52
A Die Nomenklatur	53

1 Vorwort

Bereits als Kind war ich von den Farben in der Natur, wie sie zum Beispiel bei Regenbögen, Schmetterlingen oder Blumen vorkommen, fasziniert. Mit dem Alter entwickelte sich diese Faszination zur Neugierde. Dabei interessierten mich vor allem die wissenschaftlichen Aspekte der Herkunft und Entstehung der Farben. Als wir im Unterricht die Thematik der Lichtbrechung behandelten, wurde mir klar, dass es mehr als möglich ist, meinem Interesse an den wissenschaftlichen Hintergründen der Farben nachzugehen. Ein Besuch im Schmetterlingshaus auf der Insel Mainau, bestärke mich zusätzlich in diesem Vorhaben. Um die Beziehung zwischen Licht, Winkel und allgemeiner Optik nachzuvollziehen zu können, begann ich damit Literatur zu den vielfältigen Farben der Schmetterlingsflügel zu lesen. Durch diese Recherche entdeckte ich die Vielschichtigkeit und Tiefgründigkeit der Thematik. Dies brachte mich dazu, dieses Thema als meine Maturaarbeit zu wählen.

Meine Fragestellung lautet daher wie folgt: Wie hängen die verschiedenen Farben der Schmetterlingsflügel mit den Nanostrukturen der Schuppen und den Pigmenten zusammen?

Ich erhoffte mir dabei die bunte Welt an Flügeln auf eine physikalische Art und Weise kennenzulernen und zudem die vorhandenen Theorien selbst anwenden und überprüfen zu können.

2 Einleitung

Unser Alltag ist von Farben geprägt. Besonders angezogen fühlen wir uns von schillernden und gefärbten Schmetterlingen, die abhängig vom Blickwinkel andere Farben aufweisen. Vor allem im Frühling und im Sommer kann man die Schmetterlinge in all ihrer Pracht bewundern.

Der wissenschaftliche Name von Schmetterlingen ist Lepidoptera. Dieser stammt aus dem Griechischen und bedeutet "Schuppenflügler". Schmetterlingsflügel haben eine abwechslungsreiche Farbpalette, was oft hilft, ihre Art zu identifizieren. Aufgrund dieser grossen Farbvielfalt wurden immense Untersuchungen durchgeführt, um die Herkunft dieser Farben zu ermitteln. Die Flügelfarbe eines Schmetterlings ist aus zahlreichen Gründen nützlich. Zum Beispiel hilft sie bei der Paarung, der Tarnung vor Feinden und dient Anderen als Warnung für die drohende Gefahr [3].

In den letzten Jahrzehnten gab es enorme technologische Fortschritte bei der Bildverarbeitung und der Hochauflösungsmikroskopie. Ein aktuelles Beispiel ist der Nobelpreis für Chemie 2017 für die Entwicklung der Kryo-Elektronenmikroskopie. Dies hat neue Möglichkeiten eröffnet, die Strukturen im Nanometerbereich zu erkunden. Erst dies ermöglicht die Analyse dieser Nanostrukturen auf einer wissenschaftlichen Art und Weise. In der Vergangenheit waren es meist Vermutungen aufgrund der Messgrössen, die sie zur Verfügung hatten. Ich habe die Möglichkeit bekommen, mit diesen Messinstrumenten zu arbeiten und verschiedene Schmetterlinge zu vergleichen.

Die Farbe auf den Schmetterlingsflügeln ergibt sich entweder aus der Pigmentierung (chemische Farbe) oder aus der Struktur (physikalische Farbe) der Flügelschuppen. Farben wie Gelb, Schwarz, Rot und Braun werden vorwiegend durch Pigmente erzeugt. Die Wechselwirkung von Licht und Strukturen in und an der Oberfläche von Schmetterlingsflügeln, häufig von der Grösse der Wellenlänge des Lichts, führt zu physikalischen Farben [13] [7]. Diese Farben sind normalerweise hell und abhängig vom Betrachtungswinkel (Im Gegensatz zu chemischen Pigmenten, die Licht diffus streuen) [18] [16]. Die hier produzierten Farben sind normalerweise golden, grün, violett und blau [17].

Aber woher kommen diese Farben und wieso schillern gewisse Arten mehr als andere? Um diesem Problem auf den Grund zu gehen, habe ich mir folgende Leitfragen zusammengestellt:

1. Wie hängen die verschiedenen Farben der Schmetterlingsflügel mit den Nanostrukturen der Schuppen und den Pigmenten zusammen?
2. Kann man anhand der Nanostruktur die Wellenlänge des reflektierten Lichts herausfinden?

In dieser Arbeit konzentriere ich mich auf strukturellen Farben der Schmetterlinge und studiere die Physik dahinter. Dies beinhaltet das Eintauchen in Bereiche wie Beugungsgitter, Streuung von Licht, Interferenz in Dünnschichten und mehrschichtige Interferenz.

Um eine grösstmögliche Vielfalt zu erleben, habe ich Schmetterlinge aus verschiedenen Spezies für die Messungen ausgewählt. Mithilfe des Spektrometers konnte ich das vom

Schmetterling reflektierte Licht messen. Die Hochauflösungsmikroskope wie das Lasermikroskop und das Rasterelektronenmikroskop gaben mir die Möglichkeit, die detaillierten Nanostrukturen des Flügels zu untersuchen. Zudem konnte ich mithilfe von vorhandenen physikalischen Modellen und MATLAB Simulationen (Maxwell Gleichungen) meine Ergebnisse analysieren und auswerten.

3 Theorie

3.1 Licht und Farben

Ohne Licht könnten wir nichts sehen. Damit unsere Augen Farben wahrnehmen können, muss Licht auf Materie treffen und von dieser reflektiert, gestreut oder absorbiert werden bzw. sich um das Objekt biegen oder beugen.

Licht ist eine elektromagnetischer Welle. Dabei benennt man als Licht typischerweise die für das menschliche Auge sichtbare elektromagnetische Welle. Diese liegt in einem Wellenlängenbereich von 380 bis 780 Nanometer. Die Physik und auch die Chemie beschreiben Licht über den Welle-Teilchen-Dualismus, wonach man dem Licht je nach Experiment Eigenschaften einer Welle oder eines Teilchens, genannt Photon, zuschreibt. Das Photon ist ein Teilchen, das sich im Vakuum mit der Lichtgeschwindigkeit von $c = 2.998 \times 10^8 \frac{m}{s}$ bewegt. Die Lichtgeschwindigkeit ist die grösste Naturkonstante.

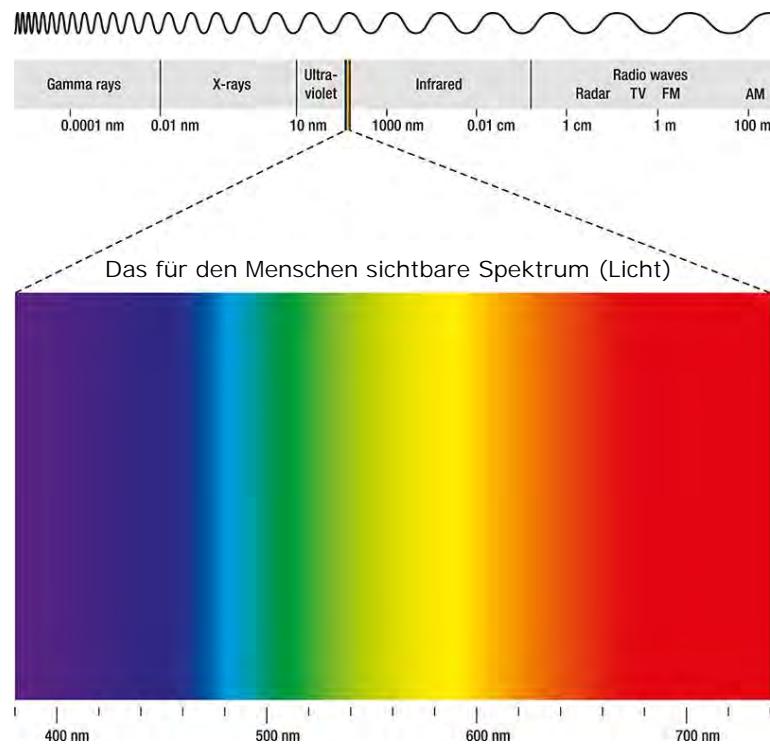


Abbildung 3.1: Das elektromagnetische Spektrum und einige Eigenschaften der elektromagnetischen Strahlung in Abhängigkeit von Frequenz und Wellenlänge.

Im Zusammenhang mit Licht stehen folgende Phänomene:

1. **Reflexion:** Reflexion ist ein Phänomen, in welchem die Lichtwelle beim Auftreffen auf eine Grenze zwischen zwei Medien die Richtung ändert und dadurch das erste Medium nicht verlässt. Somit findet die Richtungsänderung an der Grenzfläche zweier Medien statt.

2. **Brechung:** Bei der Brechung ändert die Lichtwelle beim Übergang vom einen in das andere Medium die Richtung. Es breitet sich daher nicht gradlinig aus, sondern wird gebrochen.
3. **Diffraktion/Strahlenbeugung:** Trifft Licht auf eine scharfe Kante oder auf einen schmalen Spalt, so breitet es sich nicht wie im Strahlenmodell gradlinig aus, sondern wird an der Kante bzw. Spalt gebeugt, sodass es in Regionen wahrgenommen werden kann, wo es eigentlich nicht hinkommen dürfte. Man kann dies aber im Wellenmodell erklären.
4. **Interferenz:** Eine Welle hat Wellenberg und Wellental. Als Amplitude der Welle bezeichnet man ihre maximale Auslenkung. Wenn mehrere Wellen mit einer Frequenz f und Wellenlänge λ aufeinandertreffen, dann entsteht Interferenz. Interferenz ist der Überlagerung mehrerer Wellen, wobei die Amplituden der Wellen addiert werden. Das kann zu einer Verstärkung oder Abschwächung der Welle führen [10].

Treffen Wellenberg und Wellental aufeinander, löschen sie sich aus (destruktive Interferenz). Treffen zwei Wellenberge oder zwei Wellentäler aufeinander, so entsteht ein grösserer Wellenberg oder Tal (konstruktive Interferenz).

- **Dünnschichtinterferenz:** Die schimmernden Farben eines Ölfilms auf Wasser, oder bei Seifenblasen sind das Ergebnis des Wellencharakters von Licht. Diese Form der Interferenz wird üblicherweise als Dünnschichtinterferenz bezeichnet und ist das Ergebnis von konstruktiver oder destruktiver Interferenz. Damit dieses Phänomen auftritt, muss die Dicke des Films in der Grössenordnung der Wellenlänge des Lichts liegen.

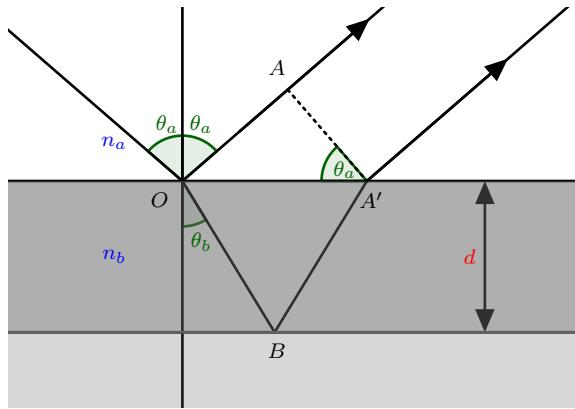


Abbildung 3.2: Strahlengang bei der Dünnschichtinterferenz.

Bei konstruktiver Interferenz gilt die folgende Bedingung:

$$2n_b d \cos \theta_b = m \lambda \quad (3.1)$$

n_b ist der Brechungsindex, d die Dicke des dünnen Films, θ_b ist der Brechungswinkel, m ist eine ganze Zahl, die die Ordnung der Interferenz festlegt, und

λ ist die Wellenlänge des Lichts.

Es ist wichtig anzumerken, dass, wenn Licht von einem Material mit einem kleineren Brechungsindex auf das mit einem höheren einfällt, sich die Phase der Welle um π ändert, während dies im gegenteiligen Fall nicht geschieht.

Die Differenz der Optischen Weglängen (ΔL) für die beiden reflektierten Wellen wird berechnet durch:

$$\Delta L = n_b (OB + BA') - n_a OA \quad (3.2)$$

$$\Delta L = 2n_b d / \cos \theta_b - 2n_a d \tan \theta_b \sin \theta_a \quad (3.3)$$

$$\Delta L = 2n_b d / \cos \theta_b - 2n_b d \sin^2 \theta_b / \cos \theta_b \quad (3.4)$$

$$\Delta L = 2n_b d \cos \theta_b \quad (3.5)$$

$$\Delta L = 2n_b d \cos \theta_b \quad (3.6)$$

$$\Delta L = 2n_b d \sqrt{1 - \sin^2 \theta_b} \quad (3.7)$$

$$\Delta L = 2n_b d \sqrt{1 - \left(\frac{n_a \sin \theta_a}{n_b} \right)^2} \quad (3.8)$$

$$\Delta L = 2 d \sqrt{n_b^2 - (n_a \sin \theta_a)^2} \quad (3.9)$$

- **Mehrschichteninterferenz:** Mehrschichteninterferenz ist ähnlich der Dünnschichtinterferenz jedoch mit mehreren Schichten [5].

Bei konstruktiver Interferenz gilt die folgende Bedingung:

$$2(n_a d_a \cos \theta_a + n_b d_b \cos \theta_b) = m \lambda \quad (3.10)$$

die Brechungswinkel in den Schichten A und B heißen θ_a und θ_b . Die Dicken der Schichten A und B werden mit d_a und d_b benannt.

5. **Streuung:** Die Streuung von Licht ist die Ablenkung eines Lichtstrahls von einem geraden Weg aufgrund von Unregelmäßigkeiten in dem Medium, Partikeln oder in der Grenzfläche zwischen zwei Medien. Am bekanntesten ist die Rayleigh–Streuung (Blau des Himmels).
6. **Iridisieren/Schimmern:** Man spricht von einer irisierenden oder schimmernden Farbe, wenn sich diese in Abhängigkeit zum Blickwinkel des Betrachters und zum Einfallsinkel des Lichtes verändert.

3.1.1 Strukturfarben

Strukturfarben werden auch physikalische Farben genannt. Sie entstehen aufgrund der Dünnschichten- und Mehrschichteninterferenz der Lichtwellen von den Mikro- und Nanostrukturen. Im Unterschied zur Entstehung der Pigmentfarben ist anstatt der Absorption die Reflexion und Beugungsinterferenz von Bedeutung. Diese Strukturen können

simple solide, durchbohrte oder löchrige Mehrschichten sein. Zudem kommen auch kegelförmige, eingelagerte oder gyroide Mikrostrukturen infrage [1].

Von unserem Auge wird diese überlagerte Lichtwelle als eine Farbe wahrgenommen. Diese Strukturfarben werden mit der Zeit nicht verblassen, da sie nur mit der inneren Struktur des Materials zusammenhängen. Außerdem können sich die Farben mit Betrachtungswinkel verändern. Die am häufigsten vorkommenden strukturbasierten Farben sind blau, violett und grün.

In der Natur trifft man unzählige Lebewesen an, deren Farbintensität unter anderem auf den Strukturfarben beruht. Die Organismen entwickeln sich seit Jahrtausenden weiter und finden einen Weg die Geometrie der Mikro- und Nanostrukturen zu optimieren.

3.1.2 Pigmentfarben

Pigmentfarben werden auch chemische Farben genannt. Hierbei handelt es sich um teilchenförmige organische oder anorganische Feststoffe, die in der Regel unlöslich sind. Diese sind in einen Träger eingebettet und werden davon nicht beeinflusst.

Pigmente und Farbstoffe erzeugen Farben durch selektive Absorption und Reflexion von spezifischen Wellenlängen des Lichtspektrums. Die grüne Farbe in den Blättern durch Chlorophyll ist ein Beispiel dafür.

3.2 Das Bohrsche Atommodell

Eine der grossen Fragen des frühen 20. Jahrhunderts war, den Grund für die Stabilität der Elektronenbahnen um den Kern herum zu finden. Gemäss dem Rutherford-Modell, dem vorherrschenden Atommodell dieser Zeit, das besagte, dass das Elektron ein geladenes Teilchen ist, sollte es Strahlung (elektromagnetisch) emittieren und nach dem Verlust von Energie in den Kern fallen. Dieses Argument basiert auf der klassischen Mechanik und der elektromagnetischen Theorie.

Um die Stabilität des Atoms zu beschreiben, schlug Neils Bohr ein quantisiertes Schalenmodell vor. Nach diesem Modell bewegen sich Elektronen in konzentrischen Bahnen fester Grösse und Energie um den Kern. Er argumentierte, dass die Bahnen der Elektronen nur diskrete Werte haben können, was dann der Grund für diese feste Grösse und Energie ist. Folglich kann jede Bahn mit einer Quantenzahl markiert werden [4]. Energie bewirkt, dass sich die Elektronen von einer Energieumlaufbahn in eine andere Energieumlaufbahn bewegen.

Er hat sein Modell weiter konkretisiert, indem er definiert hat, wie viel Energie ein Elektron benötigt, um die Umlaufbahnen zu wechseln. Um von einer höheren Energieumlaufbahn zu einer niedrigeren Energieumlaufbahn zu gelangen, muss ein Elektron Energie abstrahlen, die dem Energieunterschied der beiden Umlaufbahnen entspricht. Ähnlich muss ein Elektron, um von einer niedrigeren Energieumlaufbahn zu einer höheren Energieumlaufbahn zu gelangen, die Energie absorbieren, die dem Energieunterschied der beiden Umlaufbahnen entspricht. Für das Wasserstoffatom hat Bohr die Planck-Konstante

(die kleinste Naturkonstante) ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ Joule Sekunden) verwendet, um auch die Formeln für Energieniveaus darin zu definieren.

3.3 Die Maxwell-Gleichungen

Die Forschungsergebnisse, die nahelegen, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist, gehen bis ins 19. Jahrhundert zurück. Diese Arbeit wurde hauptsächlich von zwei Wissenschaftlern durchgeführt. Der erste war James Maxwell, ein schottischer Physiker und Mathematiker, der die Existenz elektromagnetischer Wellen voraussagte. Seine Arbeit wird von den bekannten Maxwell-Gleichungen zusammengefasst. Der andere war Heinrich Rudolf Hertz, ein deutscher Physiker, der an der Herkunft dieser Wellen arbeitete. Er stellte die Hypothese auf, dass die Elektronenschwingung elektromagnetische Wellen erzeugt [4] [5].

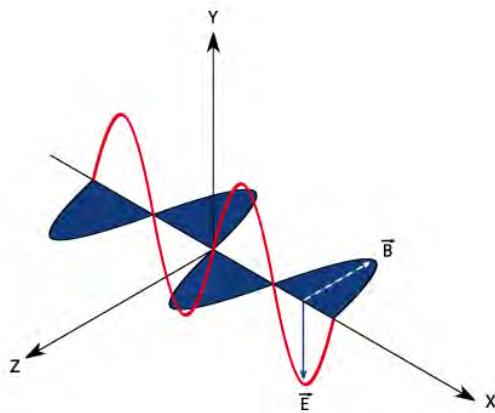


Abbildung 3.3: Elektromagnetische Wellen sind zusammengesetzte aus elektrischen und magnetischen Feldern. Diese Abbildung zeigt eine linear in der Ebene polarisierte elektromagnetische Welle, die sich in positive x-Richtung ausbreitet. Das elektrische Feld ist in der vertikalen Ebene, die auch die y-Achse enthält, das magnetische Feld in der horizontalen Ebene, die auch die z-Achse enthält. Die beiden Felder bilden einen rechten Winkel zueinander [12].

Verschiedene Teilmengen des Spektrums dieser elektromagnetischen Strahlung wurden separat definiert, da sich ihre physikalischen Eigenschaften teilweise stark unterscheiden. Das sichtbare Licht hat Wellenlängen von 400 Nanometer bis 700 Nanometer. Das Infrarotlicht bezieht sich auf die Teilmenge des Spektrums, die längere Wellenlängen als das sichtbare Licht hat. Das ultraviolette Licht bezieht sich auf die Teilmenge des Spektrums, das Wellenlängen kürzer als das sichtbare Licht hat.

Maxwell-Gleichungen für elektrische und magnetische Felder im Medium werden im Allgemeinen wie folgt zusammengefasst:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.12)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (3.14)$$

\mathbf{E} , \mathbf{B} und \mathbf{J} sind elektrisches Feld, magnetische Flussdichte bzw. freie Stromdichte. ρ , ϵ , ϵ_0 , μ und μ_0 sind Ladungsdichte, Permittivität des Mediums, Permittivität des Vakuums, magnetische Permeabilität des Mediums bzw. magnetische Permeabilität des Vakuums.

Im Falle von Licht sind \mathbf{J} und ρ Null, d.h. es gibt keine Quellen, oder auch: Lichtwellen breiten sich im Vakuum aus. Somit werden die obigen Gleichungen weiter reduziert auf:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.17)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.18)$$

Die obigen Gleichungen können weiter zu zwei Gleichungen zusammengefasst werden. Um sie zu reduzieren, führen wir zuerst $\nabla \times$ vom linken Teil der Gl. 3.17 ein und setzen dann Gl. 3.18 hinein:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B} \quad (3.19)$$

$$= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (3.20)$$

Unter Verwendung der folgenden Vektorbeziehung (d.h. Rot vom Rot):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (3.21)$$

und der Gl. 3.15, erhalten wir eine partielle Differentialgleichung:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (3.22)$$

In einer ähnlicher Weise erlangen wir unter der Verwendung von $\nabla \times$ vom linken Teil der Gl. 3.18 und dem Einfügen von der Gl. 3.17 folgende Beziehung:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (3.23)$$

Mit der Anwendung der gleichen Vektorrelation und Gl. 3.16 erhalten wir die vollständige äquivalente Gleichung, die der magnetischen Flussdichte entspricht:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (3.24)$$

Gl. 3.22 und Gl. 3.24 sind Partielle Differentialgleichungen (PDGs). Partiellen Differentialgleichungen haben im Allgemeinen keine trivialen Lösungen und werden in den meisten Fällen nur numerisch gelöst. Wir werden kurz die numerische Technik besprechen, um die Maxwell-Gleichungen zu lösen.

3.4 Finite-Differenzen-Methode

Im Rahmen meiner Arbeit modellierte ich Maxwell-Gleichungen, die durch Partielle Differentialgleichungen beschrieben werden, die mit Ausnahme einiger Spezialfälle nicht analytisch gelöst werden können. Daher verwende ich numerische Algorithmen, die einen Standardlösungsweg bieten, welcher zahlreiche Schritte von einer korrekten mathematischen Formulierung der Ausgangsfrage bis zur abschliessenden numerischen Simulation umfasst. Der entscheidende Schritt ist die Diskretisierung des ursprünglichen mathematischen Modells.

Im Kontext der numerischen Modellierung beschreibt die Diskretisierung einen Prozess des Übertragens eines kontinuierlichen Modells in ein diskretes Gegenstück (d. h. Formulierung des Problems auf einer endlichen Anzahl von Punkten bei möglichst kleinem Fehler). Mathematisch reduziert es die Differentialgleichung zu einem System algebraischer Gleichungen, die dann auf einem Computer gelöst werden können. Theoretisch können die erhaltenen numerischen Ergebnisse nicht von der exakten Lösung unterscheidbar sein (bei einem grossen Gleichungssystem aus kann man der exakten Lösung beliebig nahe kommen). Praktisch wird allerdings nur eine begrenzte (d.h. ziemlich kleine) Anzahl von Zellen verwendet. Diskretisierung kann im Raum und / oder in der Zeit durchgeführt werden. Die wichtigsten und am häufigsten angewandten Diskretisierungsmethoden sind Finite-Differenzen-Methoden (FDM), Finite-Volumen-Methoden (FVM) und Finite-Elemente-Methoden (FEM) [5].

Das FDM ist die beliebteste und das verhältnismässig einfachste Diskretisierungsmethode [15]. Es ist abgeleitet von der Taylorreihe und ist eine einfache Anwendung der Definition der Ableitung. Das FDM konstruiert numerisch lösbare Differenzengleichungen aus Differentialgleichungen, indem Näherungen durch Verhältnisse zwischen endlichen Differenzen approximiert werden [6]. Daher kann die Methode sowohl auf die Maxwell-Gleichungen der Zeit- als auch auf die Frequenzdomäne angewendet werden.

Bei einer Differentialgleichung $u(x) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ist die Ableitung am Punkt x definiert durch:

$$u_x \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} \quad (3.25)$$

Wenn Δx klein aber endlich ist, ist der Ausdruck auf der rechten Seite eine Annäherung an den exakten Wert von u_x . Wenn wir nun den stetigen differenzierbaren Operator durch den diskreten Differenzoperator ersetzen, erhalten wir:

$$\left[\frac{du}{dx} \right]_r^i = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{\Delta x} \quad (3.26)$$

wobei $x_{i+1} = x_i + \Delta x$ der rechte benachbarte Gitterpunkt von x_i ist. Der oben erwähnte Differenzoperator wird oft als *Vorwärtsdifferenz* bezeichnet. In ähnlicher Weise können wir andere Differenzoperatoren definieren. Zum Beispiel wird der Operator für die *Rückwärtendifferenz* angegeben:

$$\left[\frac{du}{dx} \right]_l^i = \frac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{\Delta x} \quad (3.27)$$

Der *zentraler* Differenzialoperator ist dann wie folgt:

$$\left[\frac{du}{dx} \right]_c^i = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_{i-1})}{2\Delta x} \quad (3.28)$$

Aufbauend auf der obigen Theorie verwenden wir die Finite Difference Time Domain (FDTD), um die Maxwell-Gleichungen im kartesischen Koordinatensystem zu diskretisieren. Die Maxwell-Gleichungen (d.h. Gl. 3.17 und Gl. 3.18) werden geschrieben als:

$$\partial_y E_z - \partial_z E_y = -\partial_t B_x \quad (3.29)$$

$$\partial_z E_x - \partial_x E_z = -\partial_t B_y \quad (3.30)$$

$$\partial_x E_y - \partial_y E_x = -\partial_t B_z \quad (3.31)$$

und

$$\partial_y B_z - \partial_z B_y = \mu_0 \epsilon_0 \partial_t E_x \quad (3.32)$$

$$\partial_z B_x - \partial_x B_z = \mu_0 \epsilon_0 \partial_t E_y \quad (3.33)$$

$$\partial_x B_y - \partial_y B_x = \mu_0 \epsilon_0 \partial_t E_z \quad (3.34)$$

Um die Gl. Eqs. 3.29 – 3.34 numerisch nach der Finite-Differenzen-Methode approximieren wir jede partielle Ableitung durch ein Verhältnis zwischen Differenzen als [15]:

$$\frac{E_z^{i,j+1,k} - E_z^{i,j,k}}{\Delta_y^j} - \frac{E_y^{i,j,k+1} - E_y^{i,j,k}}{\Delta_z^k} = -\frac{B_x^{n+1} - B_x^n}{\Delta_t} \quad (3.35)$$

$$\frac{E_x^{i,j,k+1} - E_x^{i,j,k}}{\Delta_z^k} - \frac{E_z^{i+1,j,k} - E_z^{i,j,k}}{\Delta_x^i} = -\frac{B_y^{n+1} - B_y^n}{\Delta_t} \quad (3.36)$$

$$\frac{E_y^{i+1,j,k} - E_y^{i,j,k}}{\Delta_x^i} - \frac{E_x^{i,j+1,k} - E_x^{i,j,k}}{\Delta_y^j} = -\frac{B_z^{n+1} - B_z^n}{\Delta_t} \quad (3.37)$$

und

$$\frac{B_z^{i,j,k} - B_z^{i,j-1,k}}{\Delta_y^j} - \frac{B_y^{i,j,k} - B_y^{i,j,k-1}}{\Delta_z^k} = \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{E_x^{n+1} - E_x^n}{\Delta_t} \right) \quad (3.38)$$

$$\frac{B_x^{i,j,k} - B_x^{i,j,k-1}}{\Delta_z^k} - \frac{B_z^{i,j,k} - B_z^{i-1,j,k}}{\Delta_x^i} = \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{E_y^{n+1} - E_y^n}{\Delta_t} \right) \quad (3.39)$$

$$\frac{B_y^{i,j,k} - B_y^{i-1,j,k}}{\Delta_x^i} - \frac{B_x^{i,j,k} - B_x^{i,j-1,k}}{\Delta_y^j} = \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{E_z^{n+1} - E_z^n}{\Delta_t} \right) \quad (3.40)$$

Um die PDE zu lösen, müssen wir geeignete Anfangs- und Randbedingungen anwenden. Für die Anfangsbedingungen gehen wir davon aus, dass die Simulation mit einer Punktlichtquelle oder einer ebenen Wellenlichtquelle gestartet werden kann. Zusätzlich gibt es in der Literatur zwei Haupttypen von Randbedingungen (i) periodische (Periodische Randbedingung, PBC) und (ii) absorbierende (Perfekt abgestimmte Schicht, PML). Die detaillierte Beschreibung dieser Randbedingungen ist jedoch nicht Teil dieser Arbeit [14] [2] [19].

4 Material und Methoden

Der Grund, warum ich Schmetterlinge für meine Forschung ausgewählt habe, ist, dass sie eine erstaunliche Vielfalt und Auswahl an Farben bieten. Die Physik dahinter, beispielsweise die Veränderung der Farbe mit dem Betrachtungswinkel (Interferenz), ist faszinierend zu erforschen. Ein weiterer Grund ist, dass bei Schmetterlingen die Farben sogar als totes Exemplar intakt bleiben, was meine Untersuchung erst möglich macht.

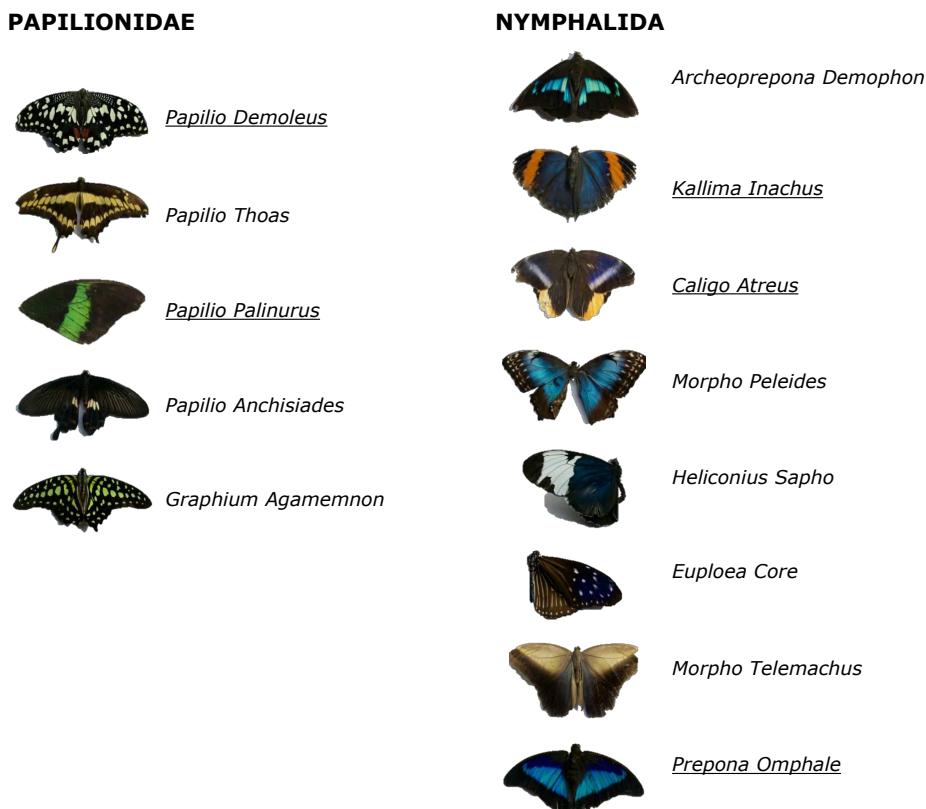


Abbildung 4.1: Die Schmetterlingsfamilien *Papilionidae* und *Nymphalida*.

Als erstes habe ich die 13 Schmetterlinge, die ich grosszügigerweise vom Papiliorama [9] bekommen habe, analysiert und über sie recherchiert. Nach einer Liste mit Kriterien habe ich fünf interessante Exemplare ausgewählt (unterstrichene Namen in der Abbildung 4.1).

Die Kriterien lauten:

1. Die Farben sehen optisch sehr ansprechend aus, weil es klare farbliche Übergänge auf den Flügeln gibt.
2. Der Verlauf dieser Farben trägt zu dem ersten Punkt bei (besonders bei *Kallima Inachus*).

-
3. Wenn ein Exemplar eine grosse Farbenvielfalt hat, ist es gut möglich, dass es unterschiedliche Schuppen für jede Farbe besitzt.
 4. Während des Fotografierens habe ich bemerkt, dass die Farben einiger ausgewählter Schmetterlinge je nach Winkel anders erscheinen (winkelabhängig). Daher eignen sie sich auch besonders für weitere Untersuchungen.
 5. Ich habe verschiedene Spezies ausgewählt, um eine facettenreiche Vielfalt zu erleben.

Die ausgewählten Schmetterlinge sind:

Caligo Atreus

Spezies: Caligo

Familie: Nymphalidae

Flügelspannweite: 14 – 16 cm

Lebensraum: von Mexiko bis Peru

Besonderes: Die Vorderflügel sind blau-violett, während die Hinterflügel ein grosses, gelbes Band zeigen. Wie alle Arten der Gattung Caligo sind auf der Flügelunterseite zwei grosse Augenflecken auf den Hinterflügeln zu sehen.

Kallima Inachus

Spezies: Kallima

Familie: Nymphalidae

Flügelspannweite: 9 – 12 cm

Lebensraum: Indien, Thailand, Laos, Malaysien, Vietnam, China und Japan

Besonderes: Er ist sehr gut getarnt, da seine Unterseite eine hellbraune Äderung mit einem weissen Schimmelfleck auf dem Vorderflügel aufweist und er damit aussieht wie ein welkes Blatt.

Papilio Demoleus

Spezies: Papilio

Familie: Papilionidae

Flügelspannweite: 8 – 9 cm

Lebensraum: Indien, Malaysia, Borneo, Kalimantan, Brunei, Karibik und Zentralamerika

Besonderes: Papilio demoleus ist eine häufige und weit verbreitete Schwalbenschwanz-Schmetterling. Auch Schmetterling des Todes genannt.

Papilio Palinurus

Spezies: Papilio

Familie: Papilionidae

Flügelspannweite: 8 – 10 cm

Lebensraum: Südostasien (z.B. Malaysia, Indonesien, Philippinen)

Besonderes: Papilio palinurus ist einer der wenigen grünen Schmetterlinge. Vom einen Winkel erscheint er grün, vom anderen aber türkis-blau [9].

Prepona Omphale

Spezies: Prepona

Familie: Nymphalidae

Flügelspannweite: 9 cm

Lebensraum: Zentral und Südamerika

Besonderes: Papilio demoleus ist ein weit verbreiteter Schwalbenschwanz Schmetterling. Auch Schmetterling des Todes genannt.

Um die Nanostrukturen ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) der Schmetterlinge zu analysieren und dadurch die Frage nach den Farben beantworten zu können, habe ich folgende Messinstrumente verwendet:

1. Spektrometer
2. Lasermikroskop
3. Rasterelektronenmikroskop

4.1 Spektrometer

Mit einem Spektrometer ist es möglich, die Lichtintensität in Abhängigkeit der Wellenlänge zu messen. In meinem Fall konnte ich das vom Schmetterlingsflügel reflektierte Licht messen. Es ist auch möglich z.B. ultraviolettes Licht (ca. 100 nm) oder infrarotes Licht (ca. $1 \mu\text{m} - 1 \text{ cm}$) zu messen. Diese Werte waren für mein Experiment jedoch nicht relevant, weshalb ich mich auf das sichtbare Licht beschränkt haben.

In einem ersten Schritt habe ich das Instrument mit weissem bzw. schwarzem Papier kalibriert. Dann befestigte ich den Flügel an einer Gleitplatte. Indem ich mit Stellschrauben die Platte in x - und y -Richtung bewegen konnten, war es möglich ein festgelegtes Raster gezielt zu vermessen. Auf dieser Platte habe ich den Schmetterling auf einem schwarzen Hintergrund befestigt, da sonst das vom Hintergrund reflektierte Licht die Messungen verfälscht hätte.

Dieses Vorgehen habe ich vorgängig an einer Farbmatrixt ausprobiert. Die dadurch erhaltenen Dateien habe ich mit dem Programm MATLAB ausgewertet.

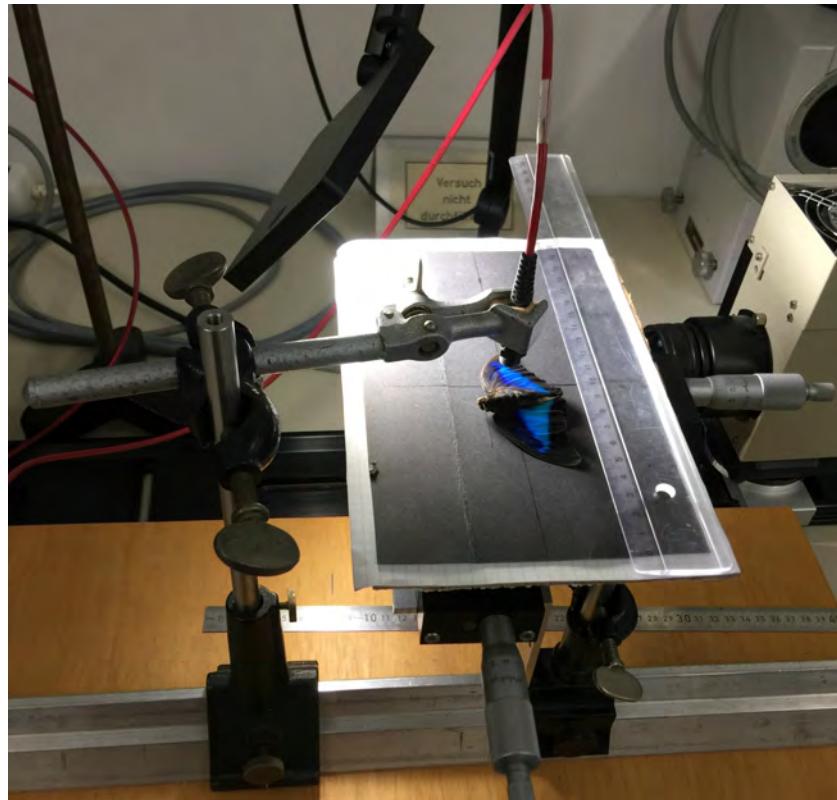


Abbildung 4.2: Spektrometer zur Aufnahme und Messung von Spektren.

Für meine ersten Messungen habe ich diverse Schmetterlingsflügel vermessen. Dabei habe ich das Spektrometer einfach von Hand über den jeweiligen Flügel bewegt und mir die vielfältigen Wellenlängen der einzelnen Farben angeschaut. Diese Methode war sehr ungenau, weshalb ich mir lange Gedanken über eine andere Vorgehensweise gemacht haben.

Schliesslich kam ich auf die Idee, den Flügel auf einer verschiebbaren Platte zu befestigen. Indem ich mit Stellschrauben die Platte in x - und y -Richtung bewegen konnte, war es möglich ein festgelegtes Raster gezielt zu vermessen. Auf dieser Platte habe ich den Schmetterling auf einem schwarzen Hintergrund befestigt, da ansonsten das vom Hintergrund reflektiert Licht die Messungen verfälscht hätte.

Dieses Vorgehen habe ich zuerst an einer Farbmatrixt (vgl. Abb 4.3) ausprobiert, um zu sehen, ob das Verfahren funktioniert. Ich wollte auch überprüfen, wie genau das Spektrometer die unterschiedlichen Farben messen kann. Die Farbmatrixt wurde mit einem CMYB-Drucker ausgedruckt, d.h. rot, grün, blau waren Mischfarben.

Danach habe ich den Schmetterlingsflügel mit dem Spektrometer untersucht. Dazu habe ich ein Raster über den Flügel gelegt, das 18 auf 18 Häuschen gross ist. Jedes quadratische Häuschen hat eine Kantenlänge von 1,5 mm (siehe Abbildung 4.4). Anschliessend habe ich jedes der Kästchen mit dem Spektrometer vermessen, um zu sehen, ob es innerhalb der einzelnen Farben Unterschiede im reflektierten Licht gibt.

Farbmatrix			Farbcodes in CMY-Format		
Blue	Magenta	Yellow	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)
Green	Red	Dark Blue	(1,0,1)	(0,1,1)	(1,1,0)
Black	Grey	Medium Grey	$k=1$	$k=0.8$	$k=0.6$

Abbildung 4.3: Farbmatrix zur Überprüfung des Spektrometers.

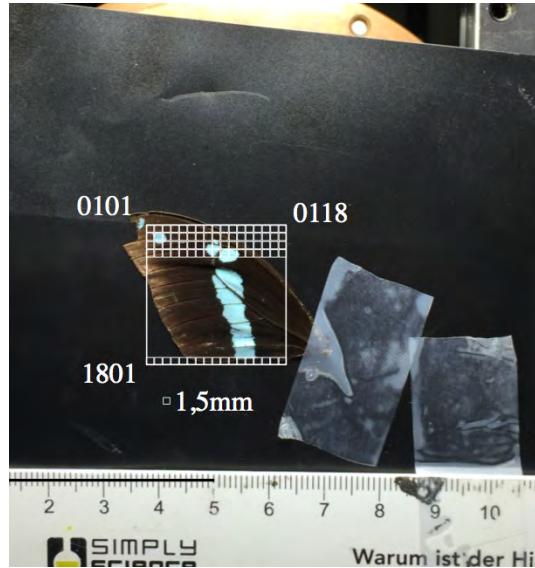


Abbildung 4.4: Messplan zur Vermessung eines Flügels mit dem Spektrometer.

Bevor ich weitere Messungen durchführte, wollte ich mir erst einmal die Struktur ansehen. Dazu habe ich das Lasermikroskop verwendet.

4.2 Lasermikroskop

Bei einem Lasermikroskop wird das Präparat mit einem fokussiertem Laserstrahl abgerastert. Das Scannen eines fokussierten Laserstrahls ermöglicht die Erfassung digitaler Bilder mit sehr hoher Auflösung.

Der Laser fährt von der höchsten Stelle des Objekts zur tiefsten und macht von jeder Schicht ein Bild. Diese Bilder werden anschliessend zusammengefügt. So entsteht ein Bild des Objekts, das die verschiedenen Strukturen und dessen Höhenprofil zeigt. Außerdem macht es optische Bilder. Es verwendet eine Zweiwege-Lichtquelle, die aus einer Laserlichtquelle und einer Weiss Lichtquelle besteht. Die zwei Lichtquellen liefern zu-

sammen die Farben, die Laserintensität und die Höheninformation, die notwendig sind, um tiefe Feldfarbbilder, Laserintensitätsbilder oder Höhenbilder zu erzeugen.

Bei meinem nächsten Besuch in der Universität habe ich mit den fünf ausgewählten Schmetterlingen Messungen unter dem Lasermikroskop durchgeführt. Während der Messungen habe ich die Schmetterlinge fotografiert und ihre Messposition aufgezeigt.

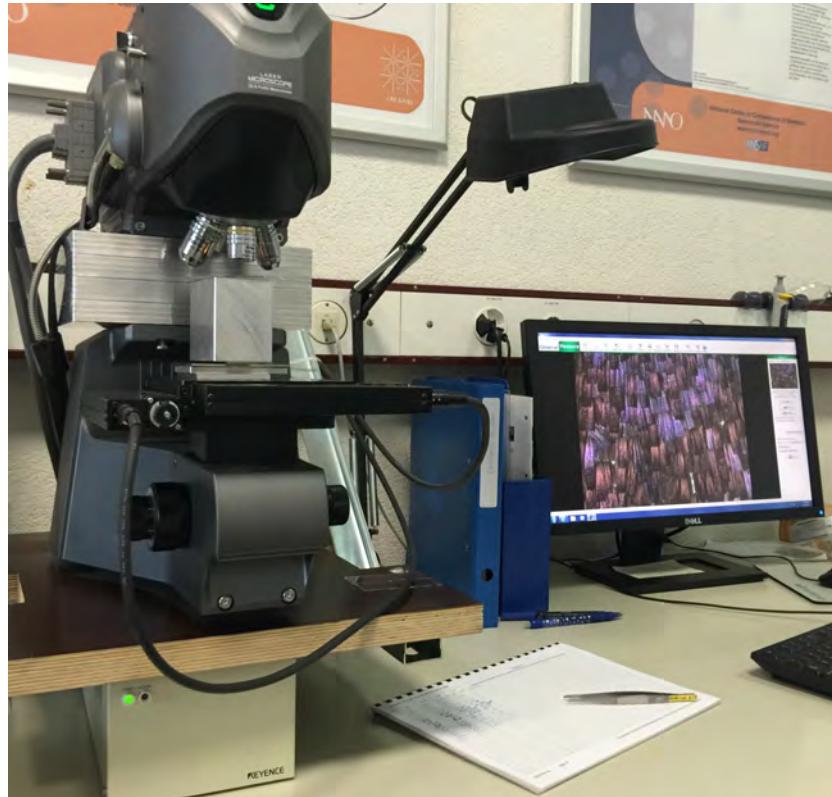


Abbildung 4.5: Das Lasermikroskop im Labor.

Als erstes habe ich ein Überblicksbild des Schmetterlings erstellt. Danach habe ich gute Stellen (Zum Beispiel Stellen, an denen der Schmetterling keine Verletzungen aufwies oder nicht allzu viele Schuppen abgefallen waren) ausgesucht und mich in diesen Stellen vertieft.



Abbildung 4.6: Überblicksbild aufgenommen mit dem Lasermikroskop.

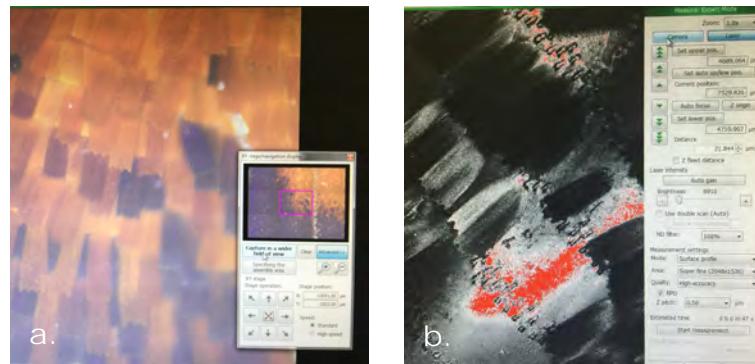


Abbildung 4.7: VK Software Analyzer.

Es war wichtig, einen ersten Überblick über die Struktur in den unterschiedlichen Bereichen zu bekommen. Das war eine Voraussetzung für die REM Messungen, denn um am REM Messungen durchzuführen, braucht man eine $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ Probe, die zuerst mit einer Goldschicht besputtert werden musste. Ich musste also genau wissen, welche Stelle ich untersuchen wollte.

4.3 Rasterelektronenmikroskop

Beim Rasterelektronenmikroskop (kurz REM) wird ein Elektronenstrahl über das zu vergrössernde Objekt gerastert. Die Art, wie die Elektronen reflektiert werden, wird am Computer übersetzt und erzeugt so ein Bild der Oberflächenstruktur der Probe [4.8 c](#).

Mit dem REM ist es nicht möglich Proben, die grösser als 1 cm^2 sind, zu untersuchen. Deshalb muss man zuerst aus dem zu untersuchenden Objekt eine entsprechende Probe ausschneiden [4.8 a](#).

Damit sich die Probe nicht auflädt und dadurch verändert, wird sie zuerst mit Gold gesputtet. Das bedeutet, dass sie in einem speziellen Gerät mit einer Schicht Gold oder Platin überzogen wird. Diese Schicht ist nur wenige Nanometer dick [4.8 b](#).



Abbildung 4.8: Das REM in der Universität Basel.

4.4 Alkohol Experiment

Um zwischen Strukturfarben und Pigmentfarben unterscheiden zu können, habe ich verschiedene Schmetterlinge mit Ethanol besprüht. Ich habe Ethanol verwendet, weil es durchsichtig ist und schnell verdunstet, damit die Schmetterlinge zum Schluss wieder ihre ursprünglichen Farben annehmen. Die Idee dahinter war, dass das Ethanol die Zwischenräume der Nanostrukturen füllt und dadurch nur die Pigmentfarben zum Vorschein kommen.

4.5 MATLAB Simulationen

Ich habe numerische Simulationen verwendet, um die Lösung der *Maxwell-Gleichungen* zu berechnen. Eine numerische Simulation ist eine wissenschaftliche Technik, die ein physikalisches System mit einem regelnden mathematischen Modell beschreibt und es auf einem Computer löst. Die mathematischen Gleichungen können nicht analytisch gelöst werden und werden numerisch (auf einem Computer) gelöst. Numerische Simulationen werden nun als dritte Säule der Wissenschaft bezeichnet und tragen sowohl zur Theorie als auch zu den Experimenten bei. Numerische Simulationen ergänzen Experimente,

wodurch Zeit, Kosten und Risiko von Experimenten reduziert werden.

Maxwell FDTD ist ein MATLAB-basiertes FDTD-Toolbox mit Maxwell-Gleichungen. Es löst die Gleichungen durch die FDTD Methode (Finite-Difference-Time-Domain) und erfordert MATLAB R2011a [11].

5 Resultate und Diskussion

5.1 Spektrometer

Die bei meinen Messungen erhaltenen Resultate (hinsichtlich der Reflexion) habe ich mittels MATLAB visuell dargestellt. In den Grafiken 5.2, 5.3 und 5.4 sieht man, dass die türkisfarbenen Teile des Schmetterlings blaues, grünes und braunes Licht reflektieren. Der schwarze Teil dagegen reflektiert kaum bis gar kein Licht, weshalb ich hier auch keine Graphik eingeführt habe. Der Grad der Reflexion (in Prozent) wurde mit Gleichung 5.1 berechnet.

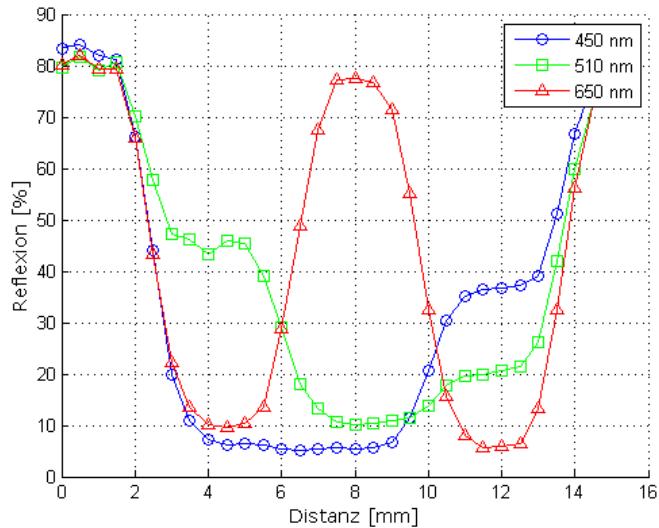


Abbildung 5.1: Die unterschiedlichen Wellenlängen des Lichtes, die von den unterschiedlichen Positionen der Farbmatrix (Abb. 4.3) ausgesandt werden.

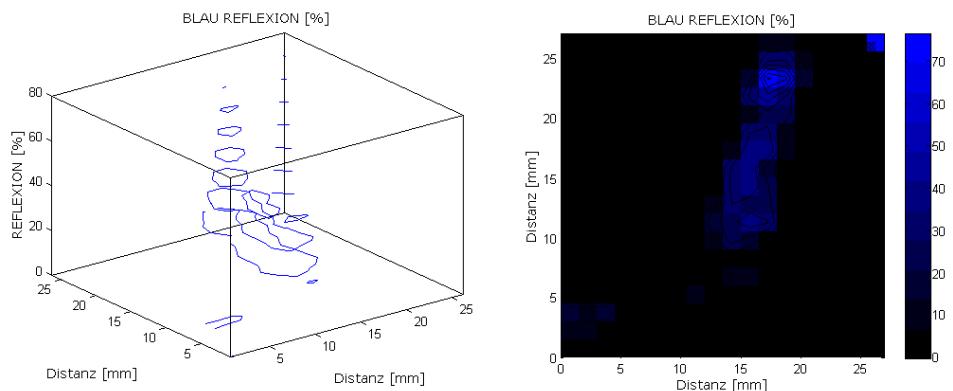


Abbildung 5.2: Reflektiertes Licht der türkis-blauen Fläche des Schmetterlings *Archeoprepona Demophon* (Blauanteil).

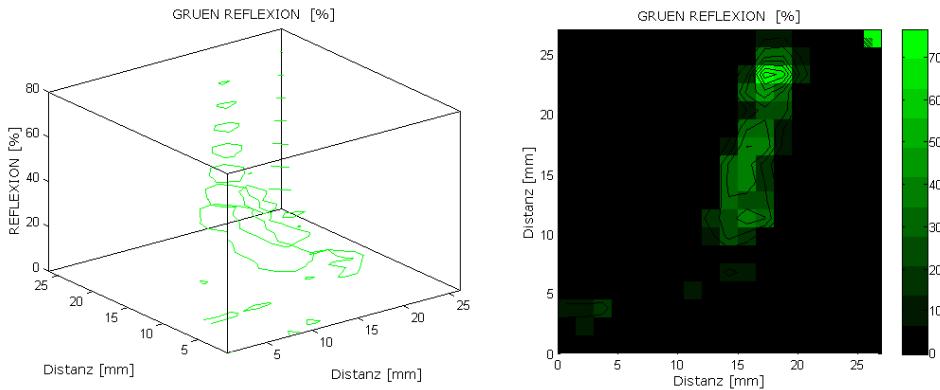


Abbildung 5.3: Reflektiertes Licht der türkis-blauen Fläche des Schmetterlings *Archeoprepona Demophon* (Grünanteil).

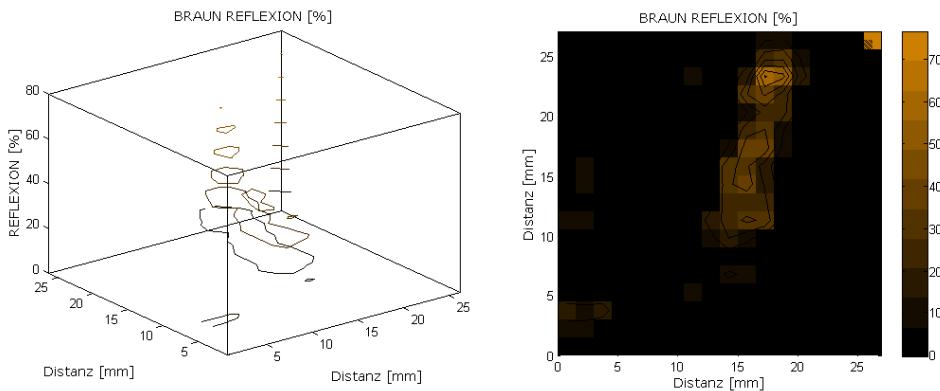


Abbildung 5.4: Reflektiertes Licht der türkis-blauen Fläche des Schmetterlings *Archeoprepona Demophon* (Braunanteil).

$$R = \frac{m(\text{sample}) - m(\text{dark})}{m(\text{ref}) - m(\text{dark})} \quad (5.1)$$

Wie man bei den Abbildungen 5.2, 5.3 und 5.4 sehen kann, sind verschiedene Farben zuständig für die Farbgebung der Schmetterlingsflügel von *Archeoprepona Demophon*. Schlussendlich erzeugen sie die Mischfarbe, die unsere Augen sehen. Die Farben Grün und Blau sind ca. gleich intensiv, wobei Braun auch vorkommt.

5.2 Lasermikroskop

Meine Lasermikroskop Messungen habe ich an der Universität Basel durchgeführt. Dort habe ich alles bei der VK Software eingestellt. Danach suchte ich die essentiell wichtigen Stellen und die Übergänge zwischen zwei Farben heraus, damit ich diese dann vergleichen konnte. Den strukturellen Unterschied hatte ich bei den Spektralmessungen schon gesehen, wo die Farbe entweder absorbiert oder in verschiedenen Spektralen Tönen reflektiert wurde. Die Abbildungen 5.5 - 5.7 zeigen den allgemeinen Datensatz, den ich bei dem Lasermikroskop herausbekomme:

Mit dem Lasermikroskop konnte ich Struktur und Höhe mit der Farbe korellieren.

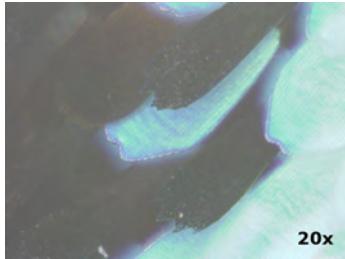


Abbildung 5.5: Flügel (*Archeoprepona Demophon*) optisch mit dem Lasermikroskop aufgenommen.



Abbildung 5.6: Flügel (*Archeoprepona Demophon*) mit dem Lasermikroskop aufgenommen, Überlagerung des Laser und des optischen Bildes.

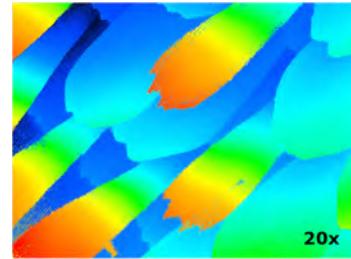


Abbildung 5.7: Höhenbild des Flügels (*Archeoprepona Demophon*) mit dem Lasermikroskop aufgenommen.

Die verschiedenen farbigen Schuppen zeigen viele Unterschiede. Die blauen Schuppen weisen an der Spitze eine Einkerbung auf, während die schwarzen mehrere dieser Einkerbungen haben, die deutlich stärker ausgeprägt sind. Die schwarzen Schuppen sind fast schon zackig. Auch liegen die blauen Schuppen flach am Flügel und sehen sich alle sehr ähnlich, bei den schwarzen hingegen gibt es zwei unterschiedliche Arten. Jede zweite Schuppe ist etwas breiter und liegt flach an, die anderen sind schmäler und stellen sich leicht auf (siehe Abbildung 5.5, 5.6 und 5.7). Die Distanz zwischen den Rillen der blauen Schuppen ist deutlich kleiner als die der Rillen der schwarzen Schuppen.

5.3 Rasterelektronenmikroskop

Die durchsichtigen und blauen Schuppen des Schmetterlings *Caligo Atreus* sehen sich sehr ähnlich, auch bei den Nanostrukturen 5.8. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die blauen Schuppen einige gefüllte Hohlräume haben. Ich vermute, dass diese Pigmente beinhalten, da die Nanostrukturen der beiden Farben fast identisch sind. Diese Pigmente sind im Chitin der Schuppe gelagert.

Die Präsenz der schwarzen Schuppen des Schmetterlings *Papilio Demoleus* bezeugt, dass alle Wellenlängen des sichtbaren Lichts absorbiert werden 5.10. Die gelocherte Nanostruktur der schwarzen Schuppen kann somit als Lichtabsorber betrachtet werden. Dabei spielen die Grösse des Lochs, die Dicke der Lochwand und die Tiefe des Lochs eine wichtige Rolle.

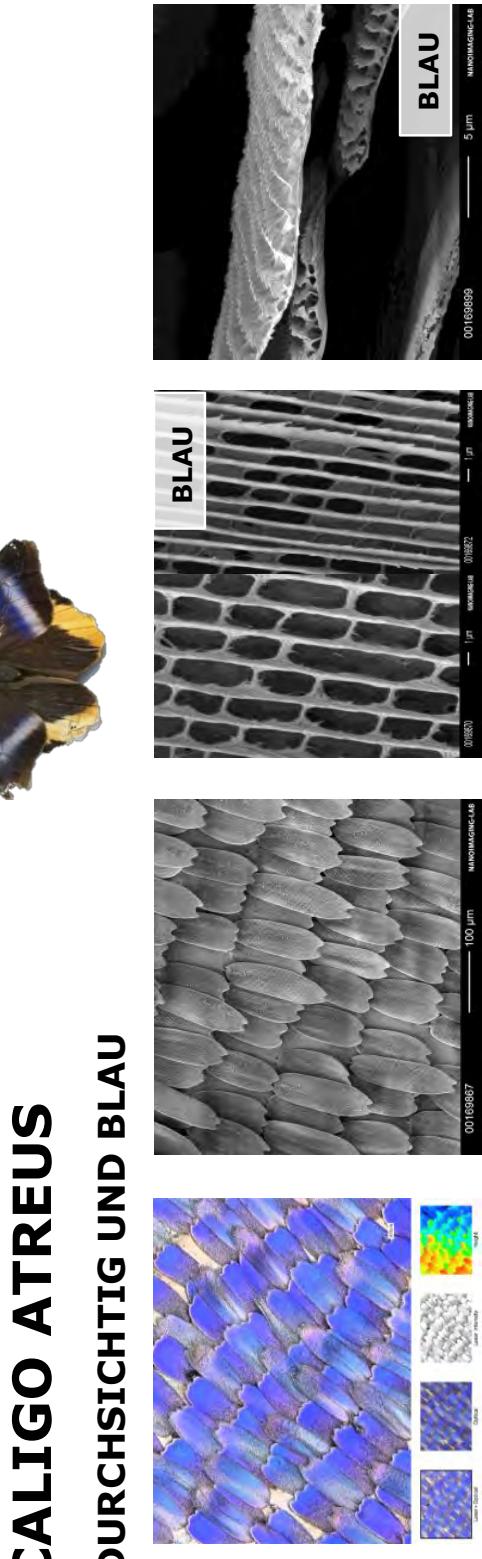


Abbildung 5.8: REM Bilder für Schmetterling *Caligo Atreus*.

KALLIMA INACHUS
ORANGE UND BLAU

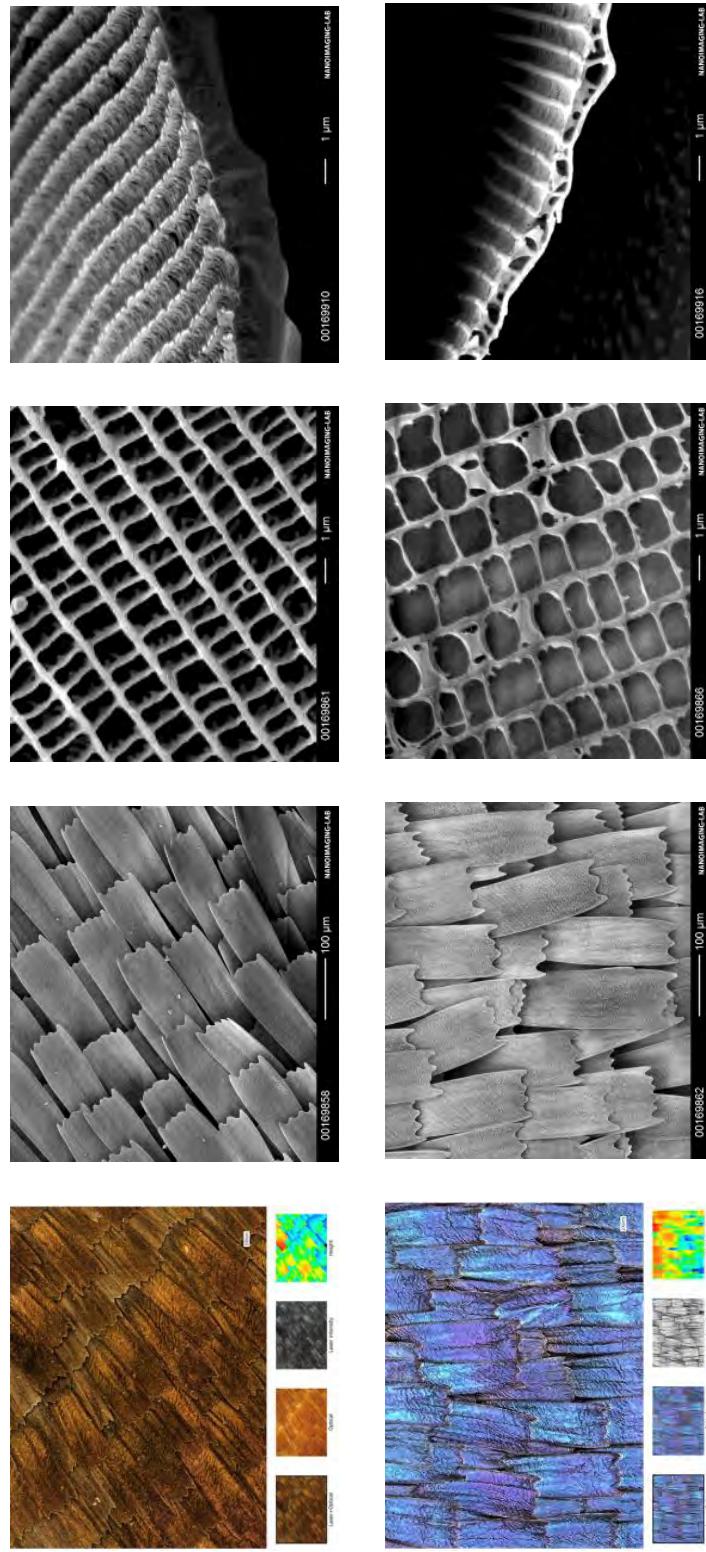


Abbildung 5.9: REM Bilder für Schmetterling *Kallima Inachus*.

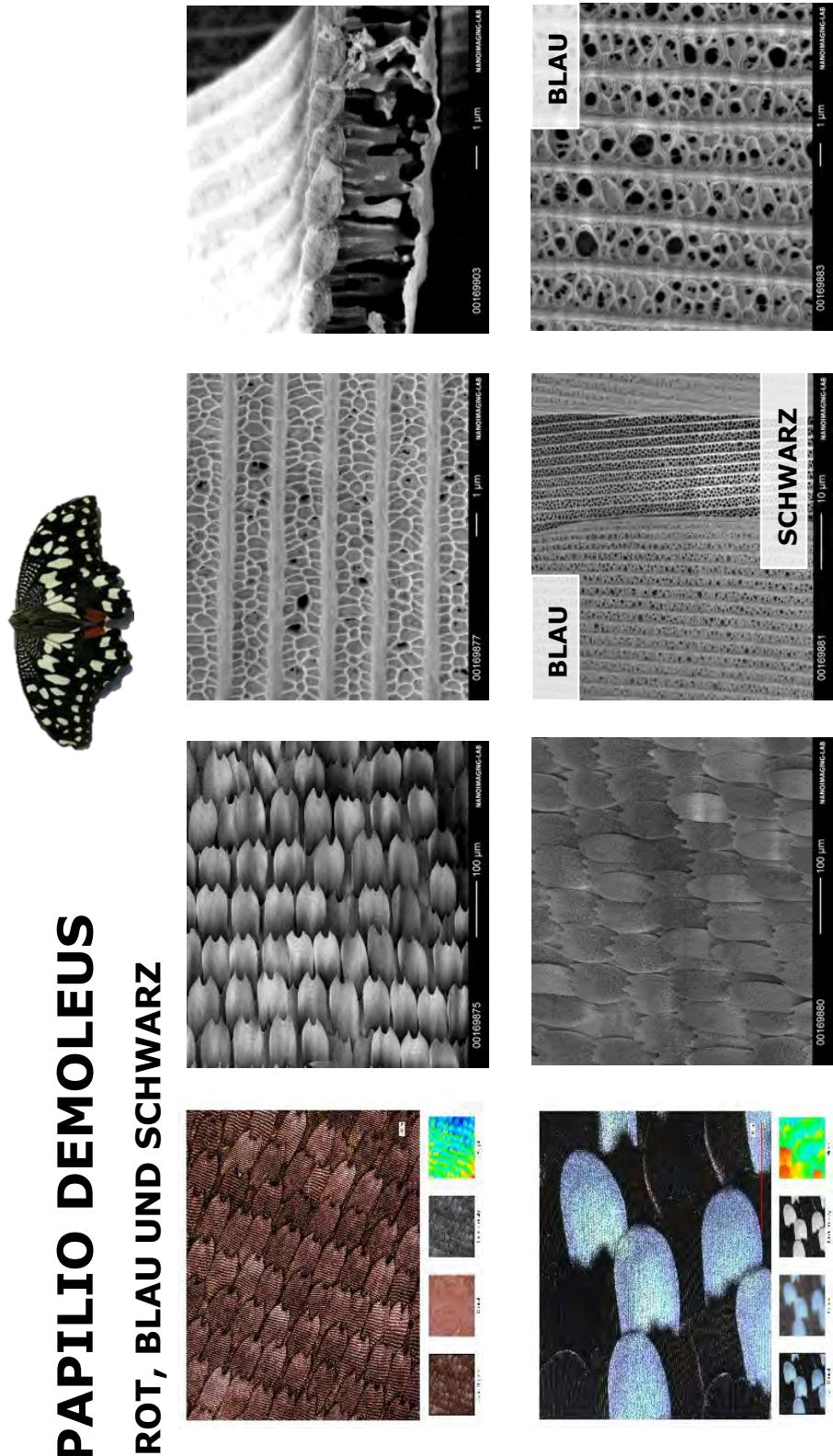


Abbildung 5.10: REM Bilder für Schmetterling *Papilio Demoleus*.

PREPONA OMPHALE HELLBLAU, DUNKELBLAU UND BRAUN

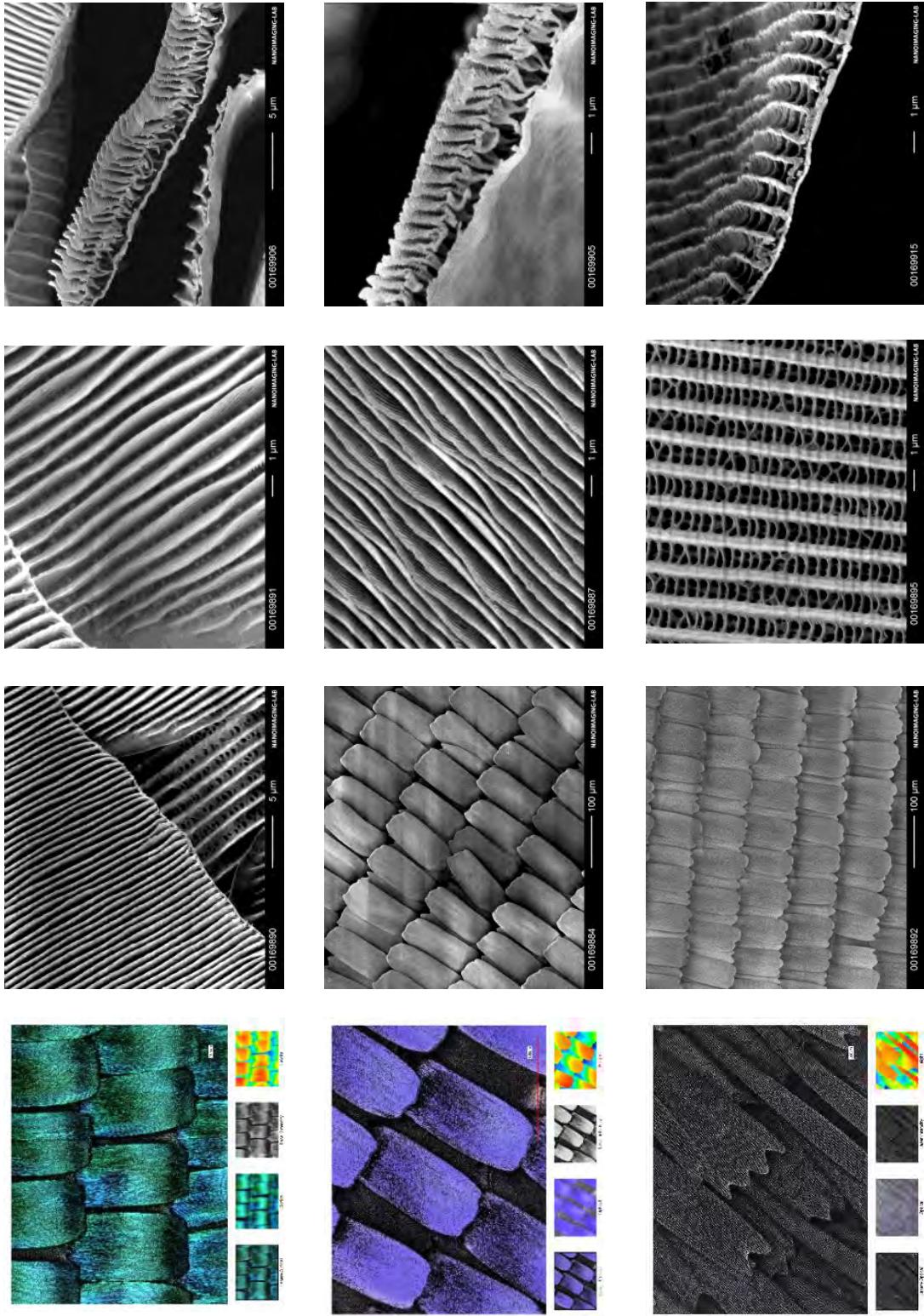


Abbildung 5.11: REM Bilder für Schmetterling *Prepona Omphale*.

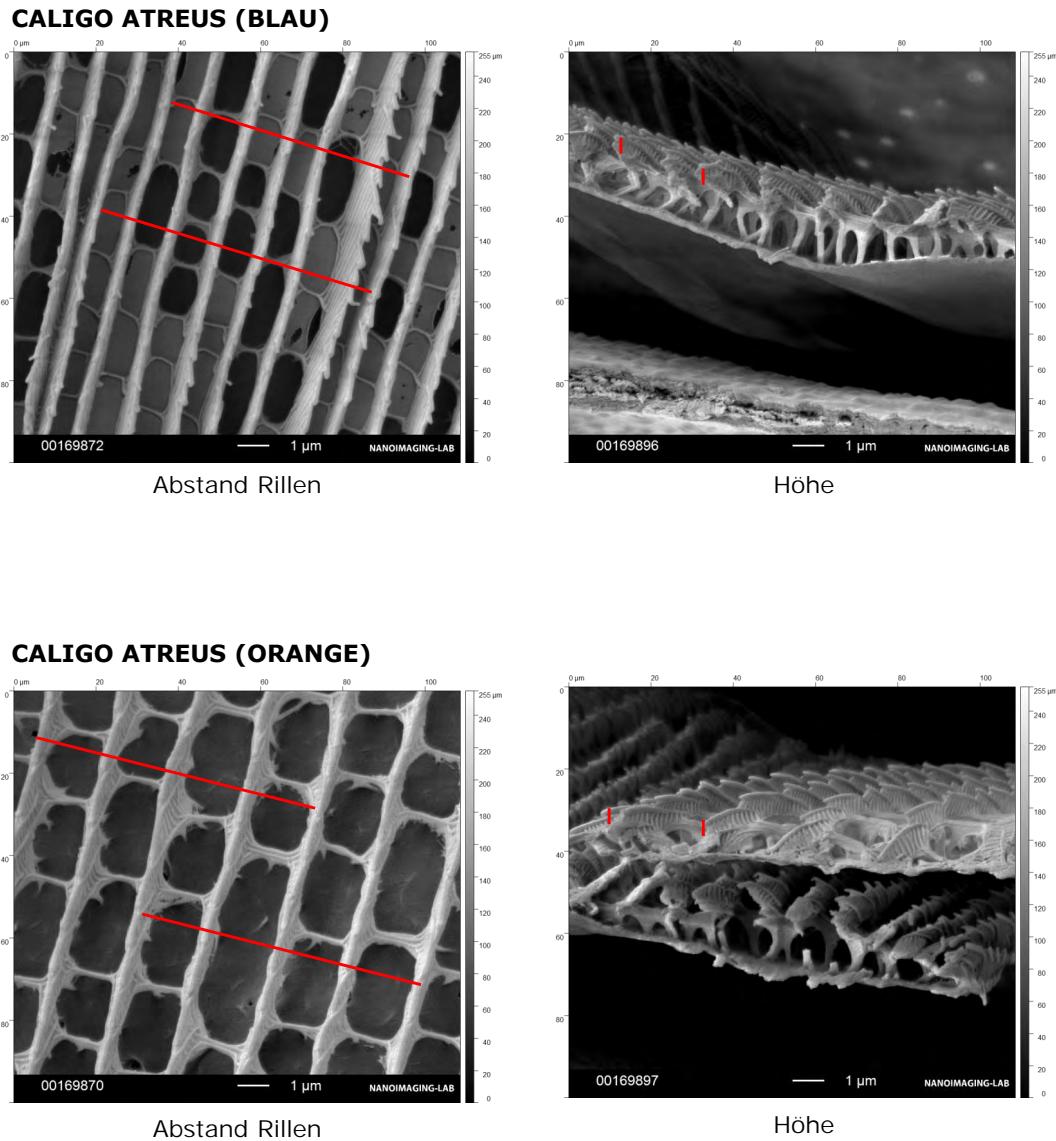


Abbildung 5.12: Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling *Caligo Atreus*.

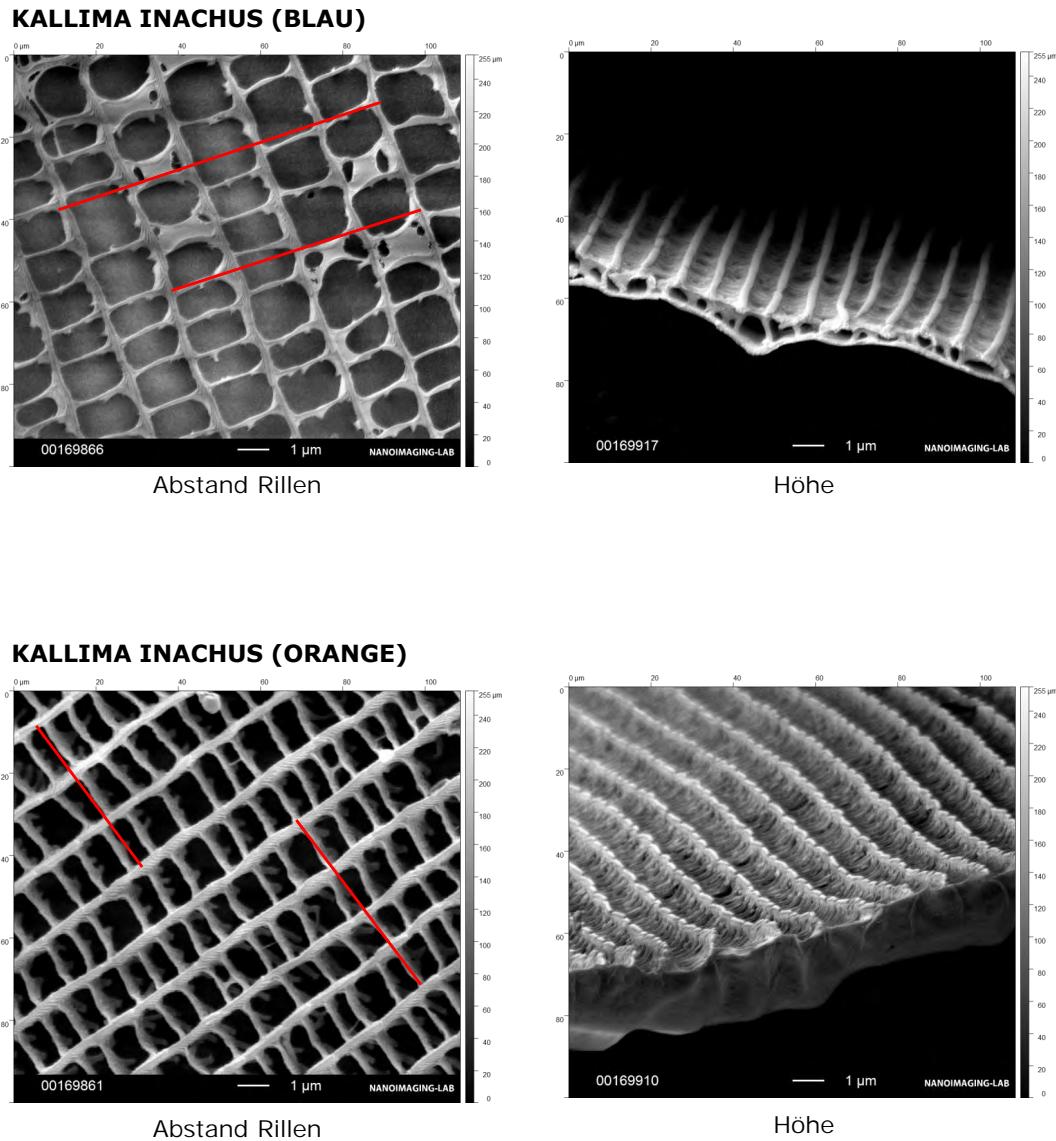


Abbildung 5.13: Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling *Kallima Inachus*.

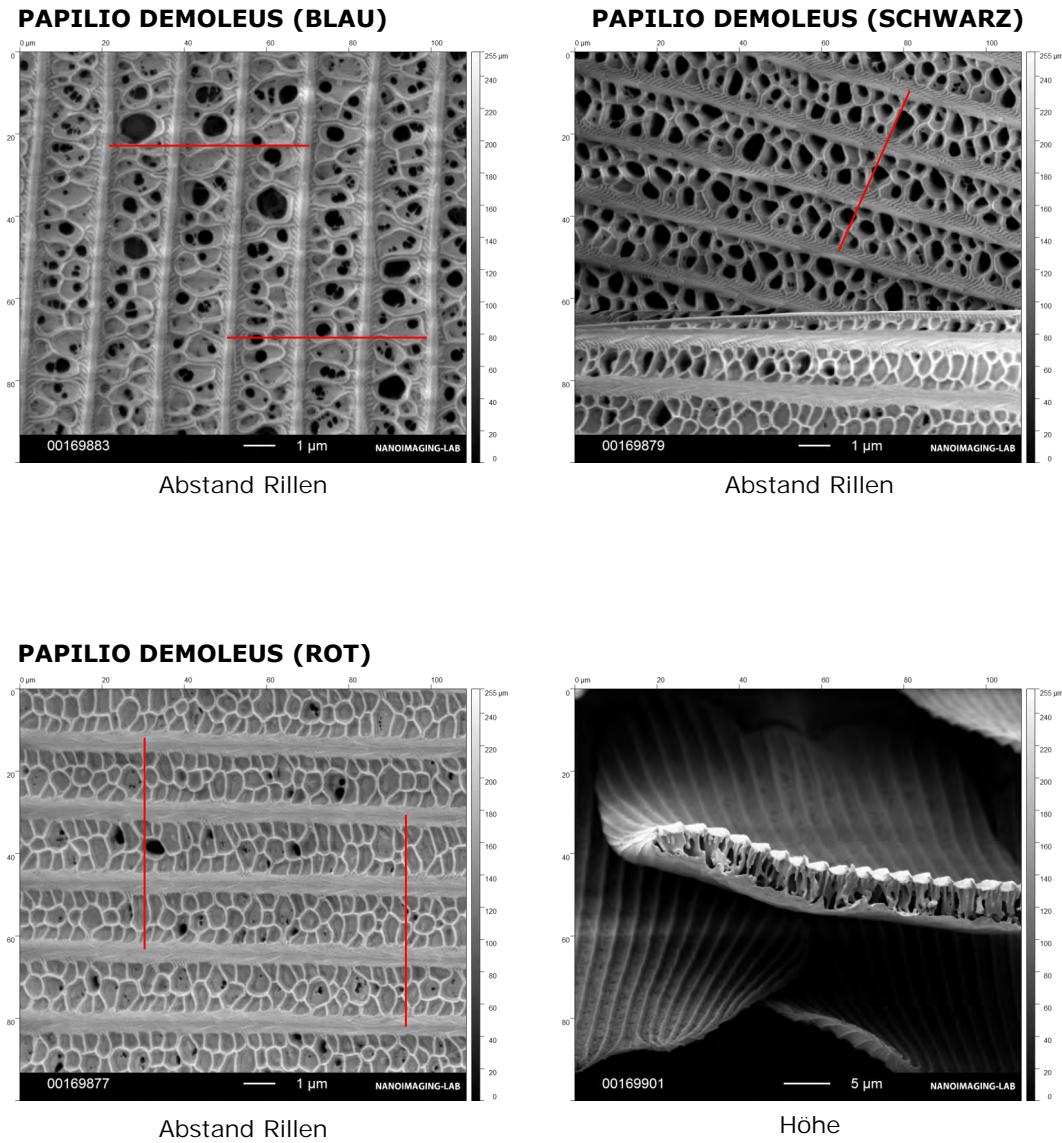


Abbildung 5.14: Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling *Papilio Demoleus*.

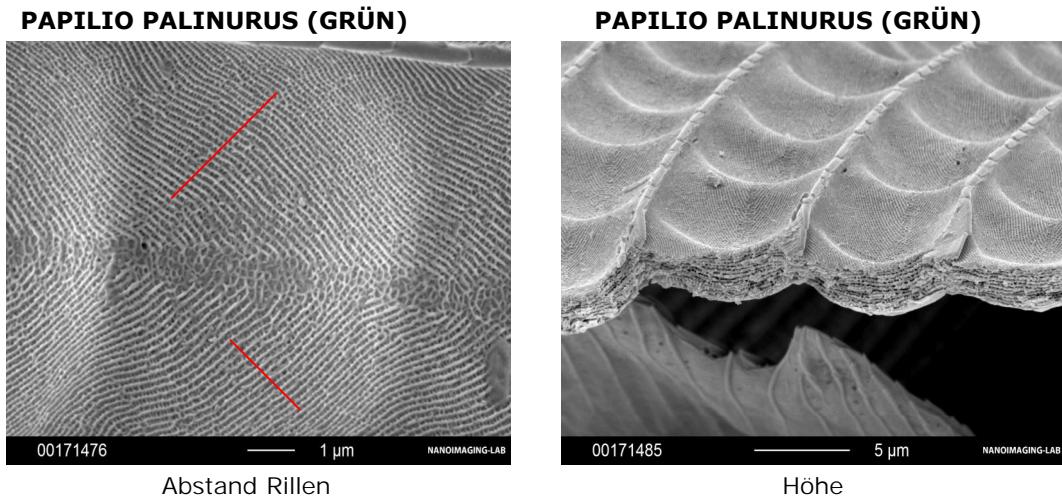
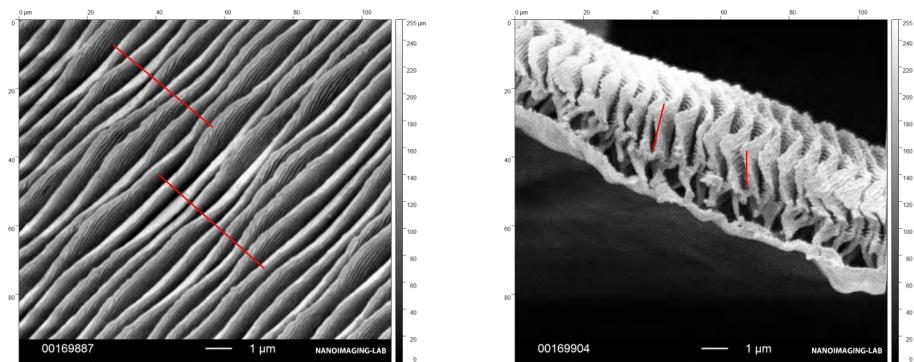


Abbildung 5.15: Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling *Papilio Palinurus*.

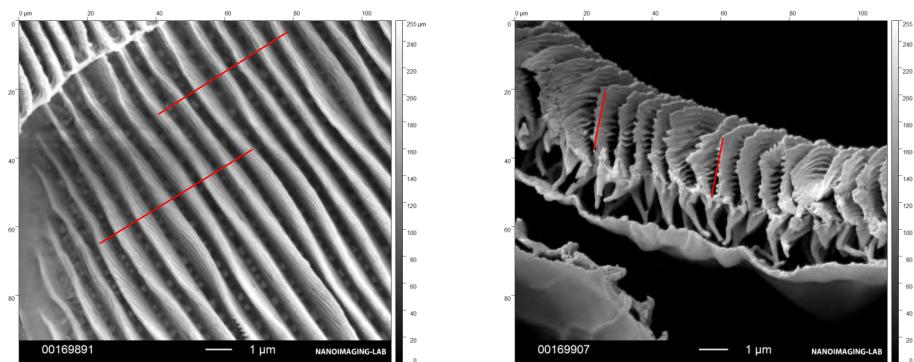
PREPONA OMPHALE (DUNKELBLAU)



Abstand Rillen

Höhe

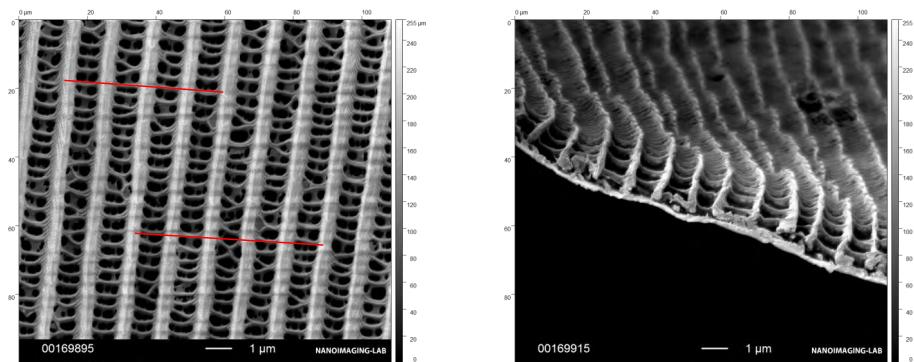
PREPONA OMPHALE (HELLBLAU)



Abstand Rillen

Höhe

PREPONA OMPHALE (SCHWARZ)



Abstand Rillen

Höhe

Abbildung 5.16: Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling *Prepona Omphale*.

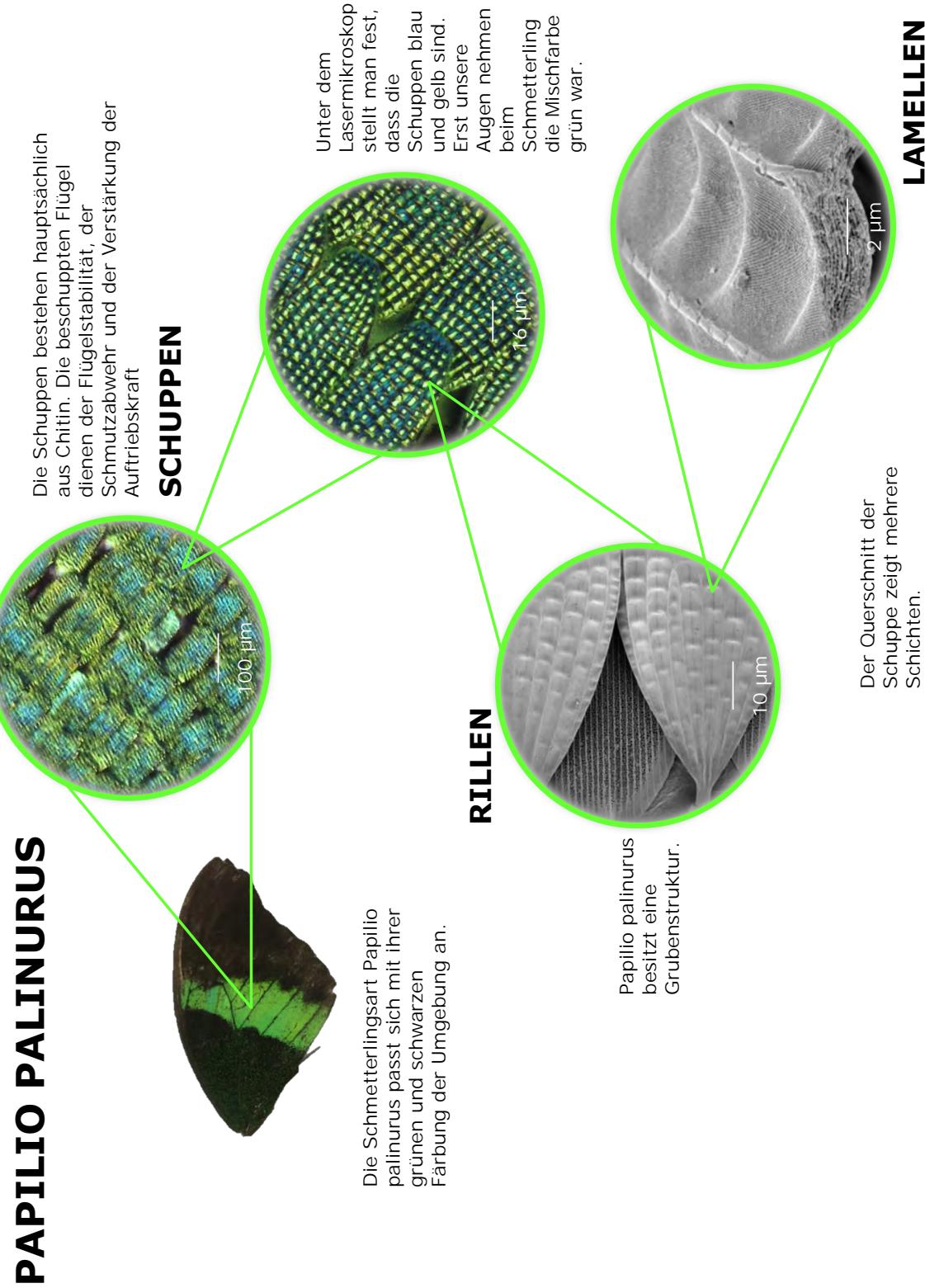


Abbildung 5.17: Analyse des Schmetterlingsflügels *Papilio Palinurus*.

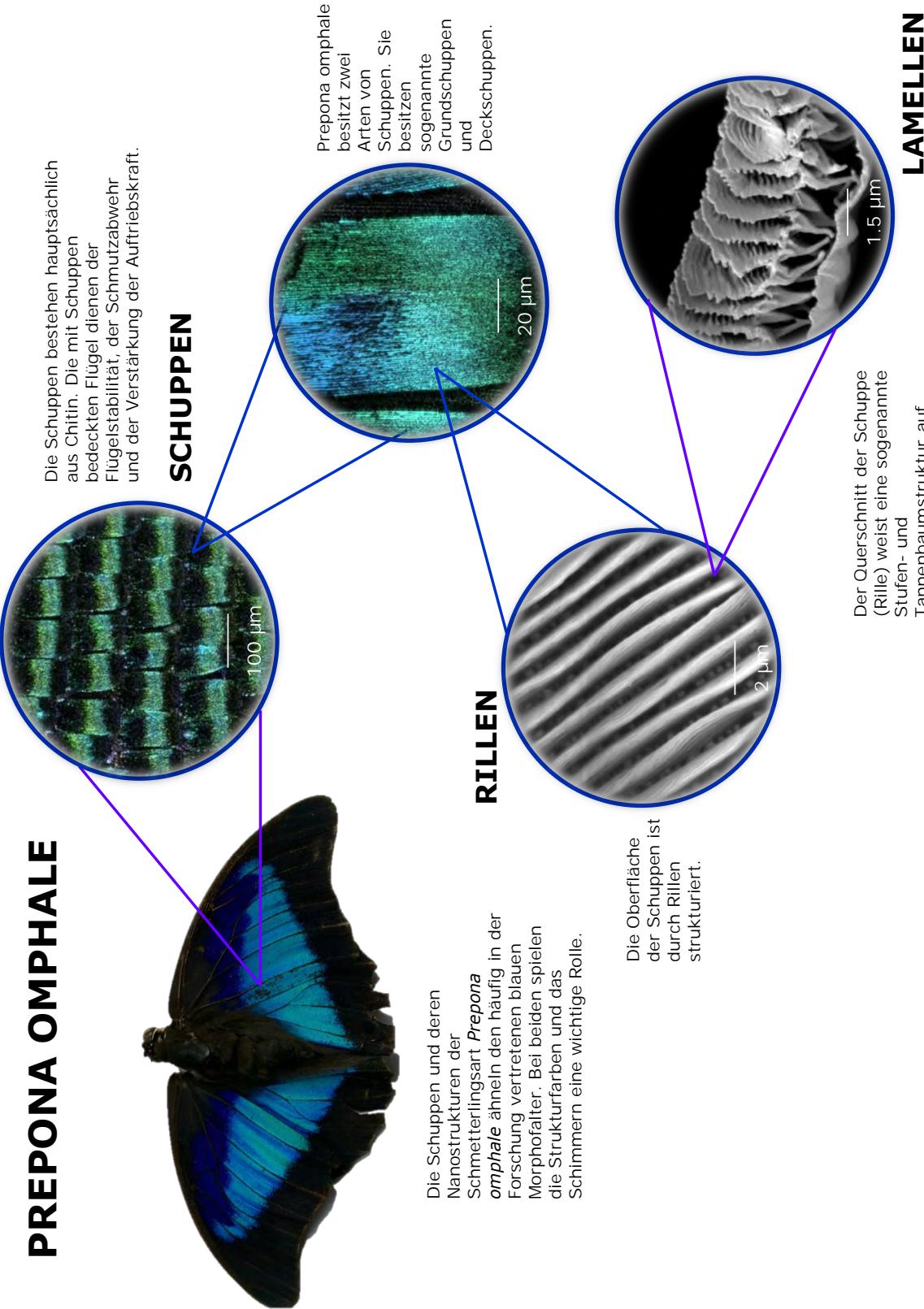


Abbildung 5.18: Analyse des Schmetterlingsflügels *Prepona Omphale*.

Name	Abstand Rillen (μm)	Breite (nm)	gefüllte Zwischenräume	Wellenlänge (nm) (Lamellen)
Caligo Atreus (Blau)	1.10	92	70%	558
Caligo Atreus (Durchsichtig)	1.77	57	-	347
Kallima Inachus (Orange)	1.64	-	-	
Kallima Inachus (Blau)	1.31	-	15%	
Papilio Demoleus (Rot)	1.61	-	90%	
Papilio Demoleus (Blau)	1.70	-	100%	
Papilio Demoleus (Schwarz)	1.37	-	10%	
Papilio Palinurus (Grün)	0.13	-	10%	
Prepona Omphale (Hellblau)	0.60	78	-	478
Prepona Omphale (Dunkelblau)	0.76	89	-	547
Prepona Omphale (Braun)	1.18	110	-	673

Tabelle 5.1: Die verschiedenen Messungen der Schmetterlinge, welche ich mit [Gwyddion](#). [8] durchgeführt habe. Die Wellenlängen habe ich mit der Gleichung 3.1 berechnet.

5.3.1 Tannenbaumstruktur: Interferenz

Die meisten Schuppen der Ordnung *Lepidoptera* weisen Längsrillen auf, die üblicherweise 2 bis 3 μm hoch sind. Der Abstand zwischen ihnen ist sehr klein (ca. zwischen 0.5 - 1.8 μm , siehe Tabelle 5.1). Die Rillen besitzen mehrere gestapelte Schichten, die Lamellen genannt werden. Bei Betrachtung der Querschnittsansicht (REM) der Rillen der Schmetterlingsart *Prepona omphale* wird die tannenbaumartige Struktur ersichtlich (Abb. 5.19 b).

An den Grenzflächen der Lamellen wird das Licht entweder reflektiert, gebrochen oder absorbiert. Die Dicke der einzelnen Lamellen bestimmt einerseits welche Wellenlängen reflektiert werden und andererseits welche bei einem bestimmten Betrachtungswinkel interferieren. Bei diesem Phänomen spricht man von Dünnschichtinterferenzen bei mehreren Schichten (Abb. 5.19 c).

Die Gesamtstruktur (Rillen und Lamellen) fängt das eingestrahlte Licht ein. Das Licht prallt an den Lamellen ab, bis es im Einfallswinkel wieder reflektiert wird (Abb. 5.19 a). Diese Art von Struktur kann bis 80% des Lichtes reflektieren.

Das Faszinierende an dieser Art von Schmetterlingen ist, dass es zudem Schimmern verursachen kann, das winkelabhängig ist.

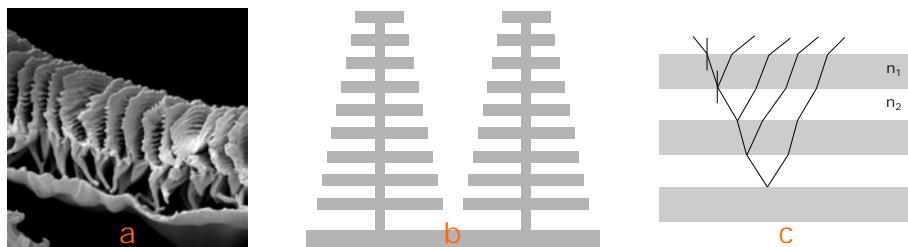


Abbildung 5.19: Tannenbaumstruktur Interferenz (Rillen und Lamellen).

5.3.2 Grubenstruktur: Phänomen

Die Farbe der Schmetterlingsart *Papilio palinurus* ändert sich abhängig vom Betrachtungswinkel von grün zu türkisblau.

Deren Schuppen haben viele konkave Gruben, die einen Durchmesser von $4 - 6 \mu\text{m}$ haben (Abb. 5.20 a-b). Unterhalb diesen Gruben befinden sich mehrere gekrümmte Schichten. Der flache Bereich (Mitte der Grube) trägt zur gelben Farbe bei und der geneigte Bereich (Seiten) trägt zur blauen Farbe bei. Sobald weisses Licht auf die genannte Struktur fällt, wird das gelbe Licht selektiv von dem unteren Ende der Kurve reflektiert. Das blaue Licht trifft auf die Seiten der Kurve, wird reflektiert und trifft erneut auf die gegenüberliegende Seite der Kurvenwand, wo sie in umgekehrter Richtung reflektiert wird. Das restliche Licht wird wahrscheinlich absorbiert.

Wie beschrieben werden nur gelbe und blaue Farben selektiv reflektiert. Erst deren Kombination ergibt in unseren Augen die Farbe Grün. Die Änderung des Winkels führt zu einer anderen Kombination von Blau und Gelb (Abb. 5.20 c). So sehen wir türkis-blau.

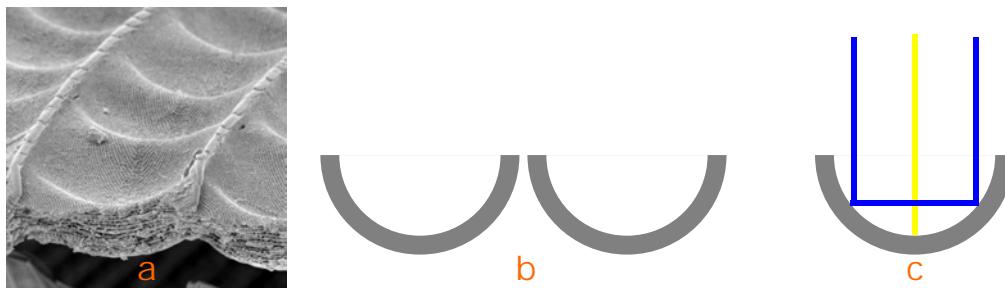


Abbildung 5.20: Grubenstruktur Phänomen (Grube).

5.4 Alkohol Experiment

Als ich den Schmetterlingsflügel mit Alkohol aufgefüllt hatte, war es mir möglich, nur die Pigmentfarben zu erkennen. Der Grund hierfür liegt darin, dass das Alkohol die Nanostrukturen auffüllt und dadurch keine Reflexionen und keine Interferenz stattfinden kann (Abb. 5.21 [1,4,5]).

Bei Schmetterlingen, bei denen man ohnehin nicht wegen der Strukturfarben die Farbe sah (sondern durch Pigmente im Chitin) blieben fast unverändert (Abb. 5.21 [2,3]).

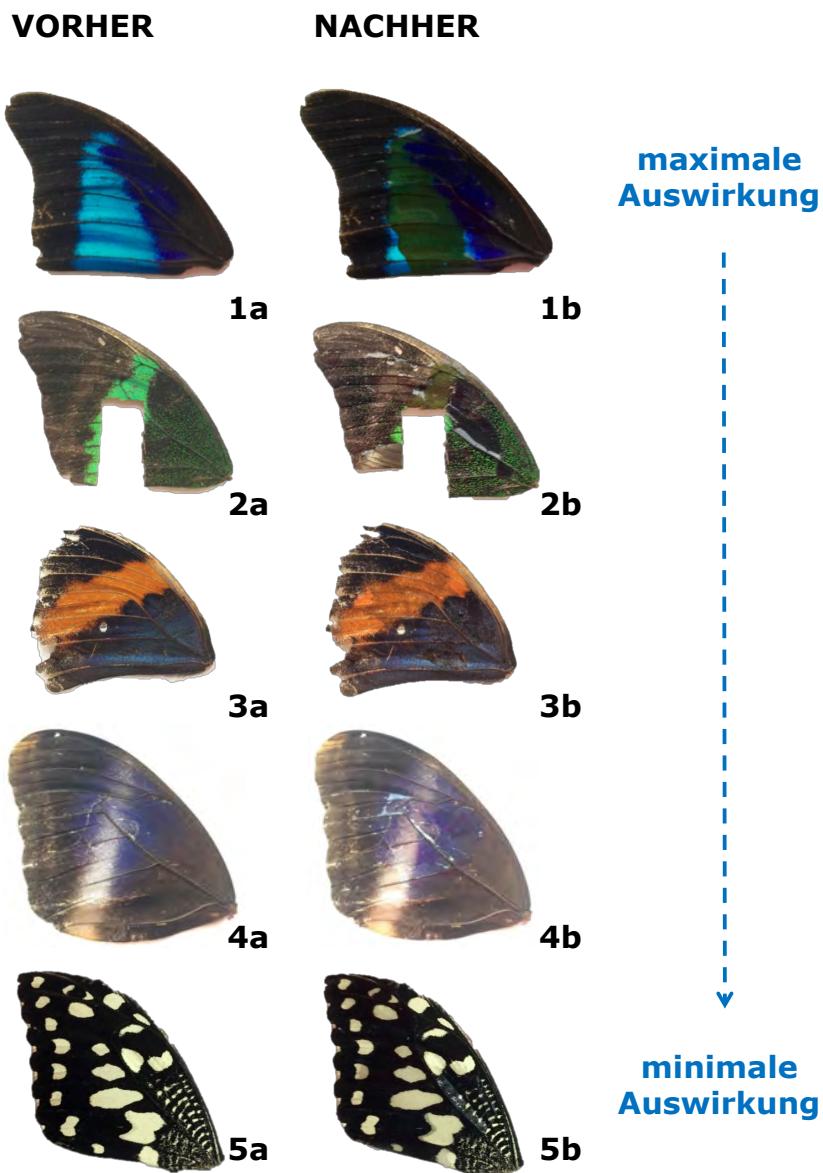


Abbildung 5.21: Der Vergleich von Schmetterling mit und ohne Alkohol auf ihren Flügeln.

5.5 MATLAB Simulationen

Um das Ergebnis der optischen Antwort theoretisch zu bestätigen, führte ich die mathematische Modellierung der Maxwell-Gleichungen (Gl. 3.15 – 3.18) für das *Einzelbaum* (T1) und das *Zwei Bäume* (T2) Modell durch (Abbildung 5.22) [2]. Sowohl T1 als auch T2 Modelle sind vereinfachte 2D-Darstellungen von tannenbaumartigen Mehrschichtstrukturen, die auf dem Schmetterling *Prepona Ompahle* (wie unter dem Rasterelektronenmikroskop beobachtet) vorhanden sind. Die Schuppen der Schmetterlinge werden größtenteils aus Chitin gebildet, dessen Brechungsindex 1,53 beträgt. Für meine Modelle wird SiO_2 verwendet, da der Brechungsindex 1,55 beträgt und dessen Materialinformationen in der Literatur vorhanden sind.

Ich führte Simulationen mit zwei verschiedenen Wellenlängen von Licht, 400 nm und 700 nm durch. Bei ersteren dominiert die blaue Farbe, bei letzterer dominiert die rote Farbe. Für die Simulation fällt eine planare Welle mit einer Wellenlänge von 400 nm und 700 nm von der Oberseite des Modells ein. Das Modell ist –1000 nm bis +1000 nm in der x-Richtung und in der y-Richtung hat es eine Höhe von 2500 nm. Die PML-Randbedingung (Perfectly Matched Layer) wird auf alle vier Seiten des kartesischen Koordinatensystems angewendet. Die Simulation kann eine stationäre Lösung erreichen.

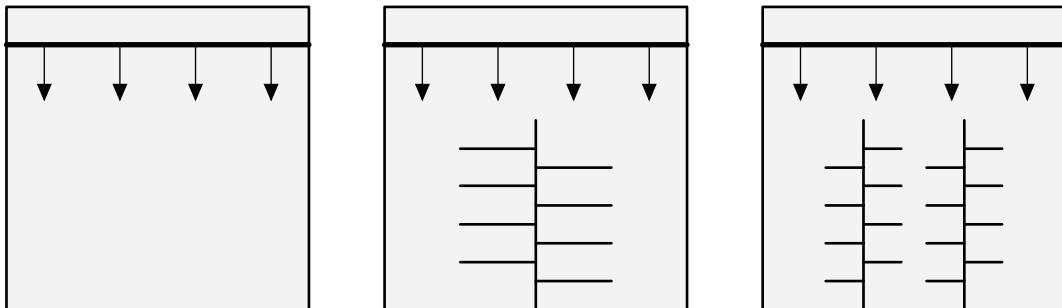


Abbildung 5.22: Die 2D baumartigen T1 (Mitte) und T2 (rechts) Strukturen.

Die Ergebnisse für die T1 Struktur sind in Abbildung 5.23 angegeben, wobei die obere Abbildung das elektrische Feld in x-Richtung und die untere Abbildung das elektrische Feld in y-Richtung zeigt. Abbildung 5.24 zeigt die magnetische Feldstärke für die T1 Struktur. In ähnlicher Weise sind die Ergebnisse für die T2 Struktur in Abbildung 5.25 angegeben. Ich habe festgestellt, dass das elektrische Feld stärker ist als das Magnetfeld. Deshalb habe ich mich in meiner Arbeit auf das elektrische Feld konzentriert.

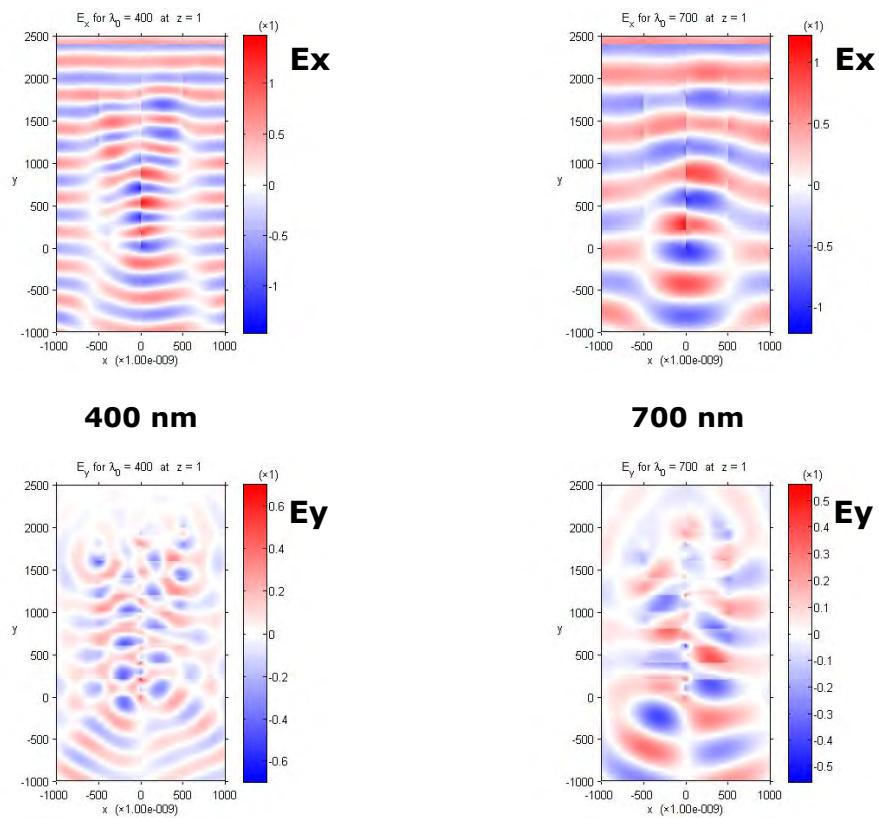


Abbildung 5.23: E_x und E_y für die T1–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.

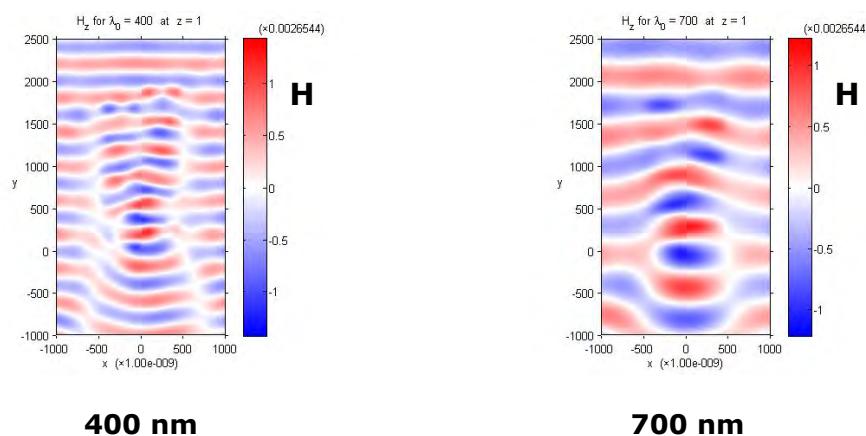


Abbildung 5.24: H für die T1–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.

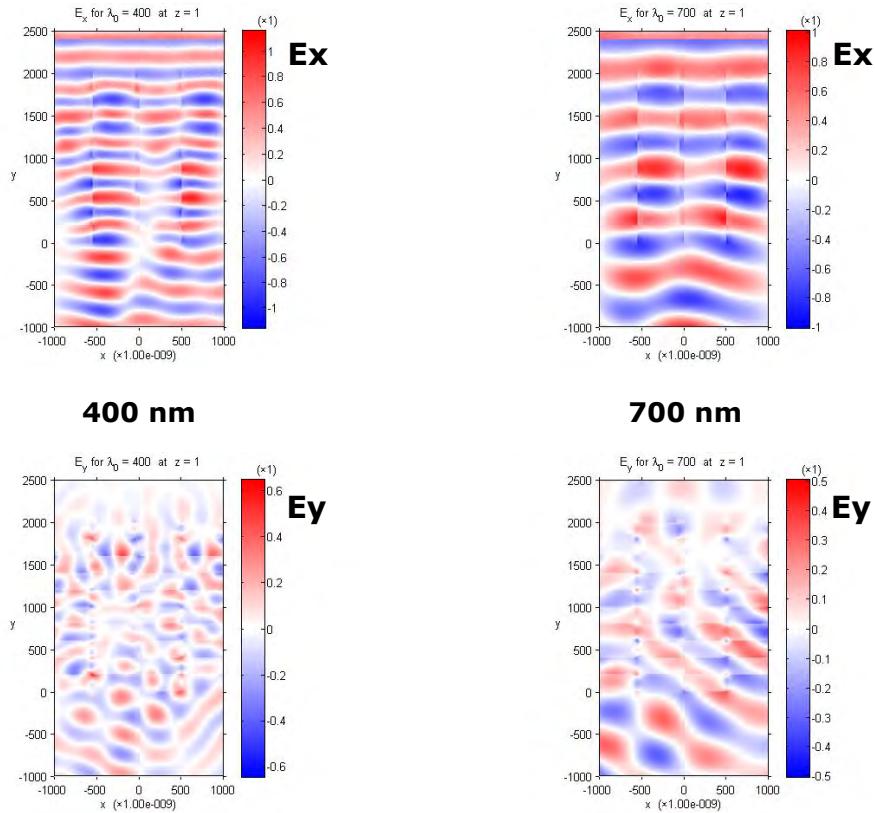


Abbildung 5.25: E_x und E_y für die T2–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.

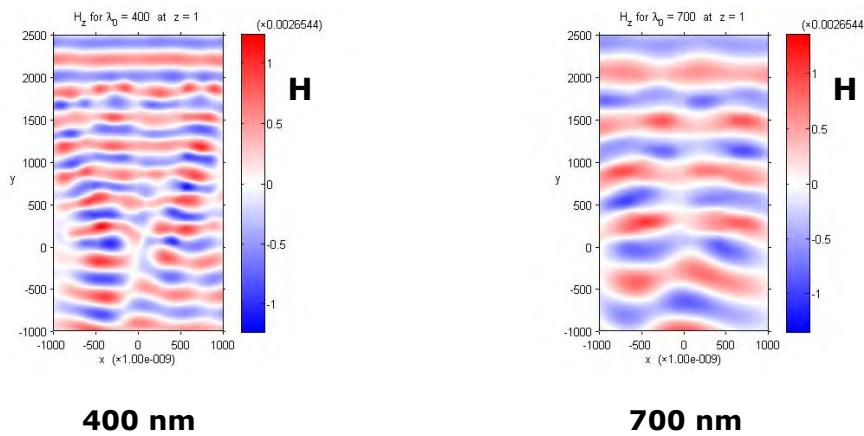


Abbildung 5.26: H für die T2–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.

Wenn wir das elektrische Feld in der y –Richtung der T1 Struktur beobachten (untere Diagramme in Abbildung 5.23), dominiert die blaue Farbe genau dort, wo die Struktur existiert. Dies unterstützt, dass das elektrische Feld am und um die Struktur am

stärksten ist. Ich habe diese durch grüne Ellipsen in Abbildung 5.27 hervorgehoben.

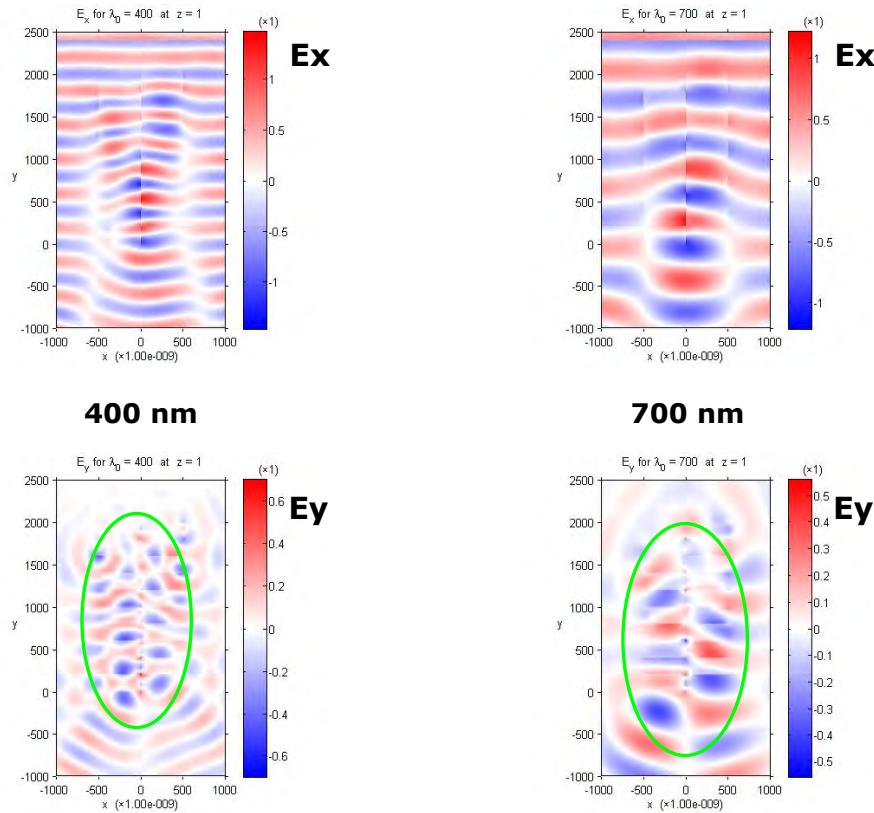


Abbildung 5.27: Vergleich von E_y für die T1–Struktur mit 400 nm und 700 nm Wellenlängen.

Aus dieser Rechnung stelle ich die Hypothese auf, dass die Strukturen Variationen in elektrischen und magnetischen Feldern erzeugen, die möglicherweise zu Interferenz führen können. Ein ähnliches Verhalten wird für die T2 Strukturen beobachtet. Siehe das elektrische Feld in der y -Richtung der T2 Struktur (untere Diagramme in Abbildung 5.25) sowie die hervorgehobenen Abbildungen mit starkem elektrischem Feld 5.28).

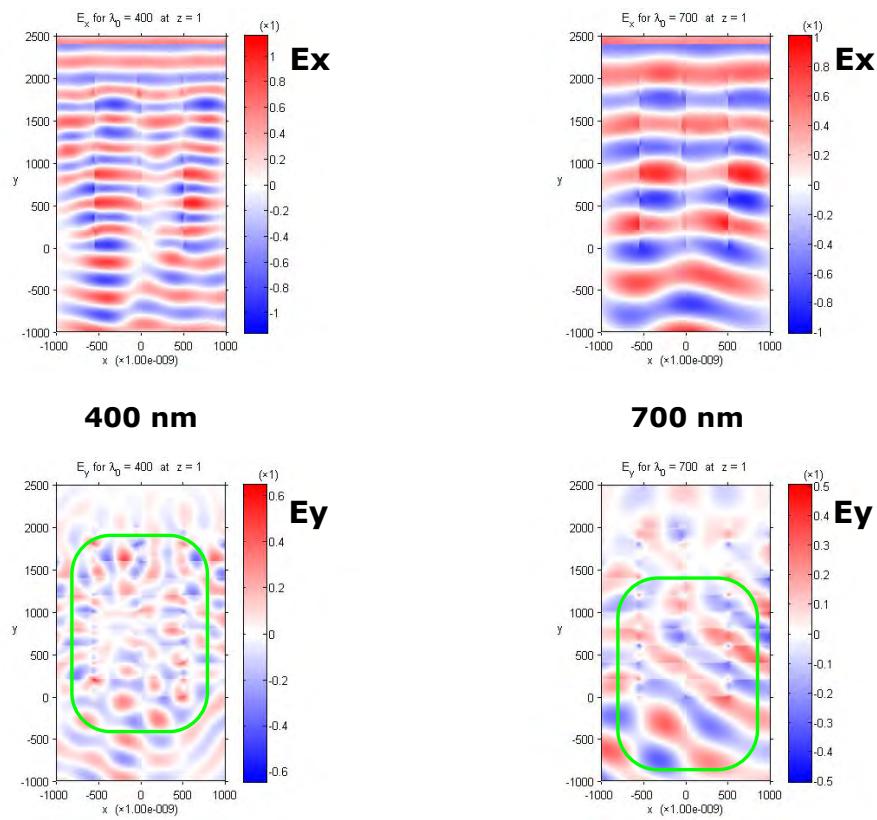


Abbildung 5.28: Vergleich von E_y für die T2–Struktur mit 400 nm und 700 nm Wellenlängen.

5.6 Diskussion

Die Schmetterlingsflügel besitzen eine komplexe Nanostruktur, die verschiedene optische Phänomene verursachen kann (z.B Dünnschichtinterferenz, mehrschichtige Interferenz, Brechung, Reflexion usw.).

Diese Komplexität versuchte ich mit den folgenden Ansätzen zu studieren und zu erforschen:

1. Dünnschichtinterferenz
2. Alkohol-Experiment
3. Simulationen

Für die Dünnschichtinterferenz analysierte ich die Nanostruktur mithilfe des Lasermikroskops und des REMs, wobei zwei Hauptstrukturtypen zu unterscheiden waren. Es gab die tannenbaumartige Struktur und die Grubenstruktur. Anschliessend fand ich durch die Berechnung der Breite der Lamellen heraus, dass die Wellenlänge des von der Baumstruktur emittierten Lichtes der Wellenlänge von blau am nächsten war. Dies bestätigt meine erste Vermutung, dass die Farben in der tannenbaumartigen Struktur durch mehrschichtige Interferenz an dünnen Schichten gebildet werden.

In der Grubenstruktur waren keine Lamellen sichtbar. Meine Vermutung war, dass die von den Augen wahrgenommene Farbe eine Kombination aus anderen Farben ist, die von den Seiten und der Mitte der schüsselförmigen Struktur kommen. Zudem verwarf ich aber den Gedanken nicht, dass die Farben ein Ergebnis von den Pigmenten oder den Nanostrukturen sein könnten. Ich habe mehrere Schichten im Querschnitt der Schuppe der Schmetterlingsart *Papilio palinurus* beobachtet. Somit könnte die Farbe durch Dünnschichtinterferenz an mehreren Schichten entstehen. Ausserdem ändert sich die Farbe in Abhängigkeit des Betrachtungswinkels von blau zu grün. Es ist anzunehmen, dass das Licht aufgrund der Schalenform nicht den Boden der Kurve (pigmentierte Fläche) trifft und somit Blau entsteht. Wenn sich aber die Annahme der Existenz von Pigmenten als falsch herausstellt, so wird die Dünnschichthypothese bekräftigt. Die Durchführung von weiteren Untersuchungen ist möglich.

Die zweite Hypothese besagte, dass durch das Einfüllen von farblosem Alkohol mit einem ähnlichen Brechungsindex wie Chitin (1,53) die Pigmente unverändert bleiben würden, trotz des Auffüllens der Strukturteile. Der Alkohol verdampfte nach einigen Minuten und der Schmetterling gewann seine ursprünglichen Farben wieder. Die aufgestellte Hypothese wurde durch die erarbeiteten Ergebnisse (Abb. 5.21) unterstützt.

Um die beiden oben genannten Hypothesen weiter zu untersuchen und um die Strukturen, welche nicht durch die Theorie der reinen Lamelleninterferenz erklärt werden können, besser nachzuverfolgen, führte ich Simulationen durch. Dabei handelt es sich um einen weiteren Schritt, der die Theorie des Lichtes in der Nanostruktur verdeutlichen soll. Die Simulationsergebnisse ergaben eine Übereinstimmung der Regionen, in welchen die elektrischen und magnetischen Felder am stärksten vertreten waren, mit den Strukturen des Einfachbaums (T1) und des Doppelbaums (T2) (Abb. 5.22). Um die Rolle der Simulation weiter zu überprüfen, sollte man es mit den Grubenstrukturen untersuchen.

Meine Arbeit hat es mir ermöglicht, tiefere Einblicke in die Physik zu gewinnen und meine Leitfragen teilweise zu beantworten.

Die weiteren zu diskutierenden Fragen sind:

1. Entstehen die Farben in den Grubenstrukturen wie bei der Schmetterlingsart *Papilio palinurus* durch Pigmentierung oder durch Dünnschichtinterferenz. Kommt eine Kombination aus beidem infrage?
2. Können Dünnschicht- und Mehrschichteninterferenz allein die Farbphänomene in Schmetterlingen erzeugen?
3. Können die Maxwell-Gleichungen die Physik hinter den Farbphänomenen beschreiben?
4. Was ist die Beziehung zwischen dem elektrischen Feld, dem magnetischen Feld und der Wellenlänge?
5. Erlauben uns 3D-Simulationen bessere Einblicke, um die Farbphänomene zu verstehen?

6 Zusammenfassung und Nachwort

In dieser Arbeit untersuchte ich die wissenschaftlichen Gründe für die Färbung der Schmetterlingsflügel, wobei mein Fokus auf den Strukturfarben lag.

In einem ersten Schritt analysierte ich das von den Schmetterlingsflügeln reflektierte Licht mit einem Spektrometer. Ich realisierte, dass weitere Untersuchungen erforderlich waren, um den Ursprung der verschiedenen gefärbten Schmetterlingsflügel nachzuvollziehen. Um den Zusammenhang zwischen der Farbe und der Struktur herauszufinden, beschloss ich, die verschiedenen Flügel mit einem Lasermikroskop und einem Rasterelektronenmikroskop zu untersuchen. Diese Untersuchungen ermöglichten mir, einen Einblick in die starren Strukturen der Flügel zu gewinnen und zusätzlich zeigte eine genauere Betrachtung der Rasterelektronenmikroskop-Bilder, dass die beiden Schmetterlingsarten *Papilio Palinurus* und *Prepona Omphale* zwei verschiedene Arten von Nanostrukturen aufweisen.

Während bei der Schmetterlingsart *Papilio Palinurus* grubenförmige Strukturen vorhanden sind, sind bei der zweiten Schmetterlingsart *Prepona Omphale* tannenbaumartige Strukturen vertreten. Ich erkannte, dass diese Nanostrukturen aus Rillen mit Lamellen bestehen. Lamellen erzeugen Dünnschicht- und Mehrschichten-Interferenz, die zur Färbung der Flügel führen. Ich konnte dieses Phänomen jedoch nur für Schmetterlinge mit Lamellen bestätigen. Daher ist ein detailliertes physikalisches Modell erforderlich, um den Strukturfarben auf den Grund zu kommen.

Dies war die Inspiration, um das Verhalten des Lichts in den Nanostrukturen mithilfe mathematischer Modellierung zu verstehen. Basierend auf Rasterelektronenmikroskop-Bildern erstellte ich zwei einfache Modelle mit der Tannenbaumstruktur.

In einem weiteren Schritt verwendete ich die Maxwell-Gleichungen, um das elektrische und magnetische Feld um die Modellstrukturen herum zu bestimmen. Diese Gleichungen wurden zur Diskretisierung der ursprünglichen partiellen Differentialgleichungen mit der Finite-Differenzen Methode gelöst. Aus dieser Rechnung stellte ich die Hypothese auf, dass die Strukturen Variationen in elektrischen und magnetischen Feldern erzeugen, die möglicherweise zu Interferenz führen können.

Wenn ich die Möglichkeit erhalte, dieses Thema wieder zu untersuchen und mich darin noch weiter zu vertiefen, würde meine Arbeit das Studieren anspruchsvollerer Modelle der Schuppenstrukturen sowie modernere Techniken zur Lösung der Maxwell-Gleichungen umfassen. Zudem würde ich untersuchen, weshalb die obige Hypothese in der y-Richtung des elektrischen Feldes stärker hervortritt als in der x-Richtung. Darüber hinaus sollte 3D-Modellierung im nächsten Schritt anstelle von 2D-Modellierungen in Betracht gezogen werden.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dr. Thilo Glatzel (Dozent am Departement für Physik der Universität Basel und Lehrer am Schülerforschungszentrum Phaenovum in Lörrach) und meinem Physik- und Mathematik-Lehrer Herrn Reinhard Weiss für ihr Engagement und ihre Unterstützung. Sie haben meinem Projekt viel Zeit gewidmet und mir bei Fragen und Problemen immer zur Seite gestanden. Sie haben mich stets für die Wissenschaft motiviert und begeistert. Dieser Ansporn in Kombination mit meinen Interessen führten zu meiner Maturaarbeit.

Hinzukommend danke ich der Universität Basel für die Zurverfügungstellung der Messinstrumente und Räumlichkeiten sowie dem Papiliorama, das mir schöne und saubere Exemplare von verschiedenen Schmetterlingsarten überlassen hat. Ohne deren Hilfe, hätte ich meine Maturaarbeit nicht umsetzen können.

Ich möchte mich des Weiteren bei meinem Onkel bedanken. Er hat mir die Maxwell-Gleichungen erklärt und mich mit der Durchführung der Simulation in MATLAB vertraut gemacht, sodass ich selbstständig damit umgehen konnte.

Danken möchte ich auch Frau Susanne Erpel und dem Nano Imaging Lab, SNI, Universität Basel, die mir eine grosse Hilfe waren. Ohne sie wäre es mir nicht möglich gewesen, die grossartigen Bilder mit dem Rasterelektronenmikroskop aufzunehmen.

Literatur

- [1] Ingram AL and Parker AR. A review of the diversity and evolution of photonic structures in butterflies incorporating the work of John Huxley (The Natural History Museum, London from 1961 to 1990). *Philos Trans Roy Soc B*, 363:2465 – 2480, 2008.
- [2] Zhiwu Han and et al. Unparalleled sensitivity of photonic structures in butterfly wings. *RSC Advances*, 2014.
- [3] Ramon Hegedues and Gabor Horvath. Polarizational colours could help polarization-dependent colour vision systems to discriminate between shiny and matt surfaces, but cannot unambiguously code surface orientation. *Vision Research*, 44(20):2337–2348, 2004 Sep.
- [4] Hans Kammer and Irma Mgelandze. *Physik für Mittelschulen*. hep-verlag, second edition, 2014.
- [5] Shuichi Kinoshita. *Bionanophotonics: An Introductory Textbook*. Pan Stanford Publishing Pte. Ltd.
- [6] Hans Petter Langtangen and Svein Linge. *Finite Difference Computing with PDEs: A Modern Software Approach*. Springer International Publishing, first edition, 2017.
- [7] Giraldo MA and Stavenga DG. Brilliant iridescence of *Morpho* butterfly wing scales is due to both a thin film lower lamina and a multilayered upper lamina. *J Comp Physiol A Neuroethol Sens Neural Behav Physiol*, 202(5):381–388, 2016.
- [8] Gwyddion: Department of Nanometrology Czech Metrology Institute. Gwyddion Webpage, 2017. <http://gwyddion.net>.
- [9] Papiliorama. Papiliorama Webpage, 2017. <http://www.papiliorama.ch>.
- [10] Leifi Physik. Leifi Physik Webpage, 2017. <https://www.leifiphysik.de>.
- [11] Sören Schmidt. The Interactive FDTD Toolbox Webpage, 2017. <http://photonics101.com/tools/interactive-fdtd-toolbox>.
- [12] Shutterstock. Shutterstock Webpage, 2017. <https://www.shutterstock.com/image-vector/schedule-electromagnetic-waves-isolated-on-white-63194215>.
- [13] Vertes Z, Balint Z, Kertesz K, Vigneron JP, Lousse V and Biro LP. Wing scale microstructures and nanostructures in butterflies—natural photonic crystals. *J Microsc*, 224:108–110, 2006.
- [14] Wanlin Wang and et al. Demonstration of higher colour response with ambient refractive index in *Papilio blumei* as compared to *Morpho rhetenor*. *Nature Scientific Reports*, 4(5591), 2014.
- [15] Kane S. Yee. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14(3):302 – 307, 1966.
- [16] Shinya Yoshioka and Shuichi Kinoshita. Wavelength-selective and anisotropic light-diffusing scale on the wing of the Morpho butterfly. *Proc Biol Sci.*, 271(1539):581–587, 2004 Mar 22.

- [17] Shinya Yoshioka and Shuichi Kinoshita. Structural or pigmentary? Origin of the distinctive white stripe on the blue wing of a Morpho butterfly. *Proc. R. Soc. B*, 273:129–134, 2006.
- [18] Shuichi Kinoshita, Shinya Yoshioka and Kenji Kawagoe. Mechanisms of structural colour in the *Morpho* butterfly: cooperation of regularity and irregularity in an iridescent scale. *Proc Biol Sci.*, 269(1499):1417–1421, 2002 Jul 22.
- [19] Wanlin Wang, Wang Zhang, Di Zhangb and Guo Ping Wang. A low-cost, high-efficiency light absorption structure inspired by the *Papilio ulysses* butterfly. *RSC Advances*, 17, 2017.

Abbildungsverzeichnis

3.1 Das elektromagnetische Spektrum und einige Eigenschaften der elektromagnetischen Strahlung in Abhängigkeit von Frequenz und Wellenlänge.	4
3.2 Strahlengang bei der Dünnschichtinterferenz.	5
3.3 Elektromagnetische Wellen sind zusammengesetzte aus elektrischen und magnetischen Feldern. Diese Abbildung zeigt eine linear in der Ebene polarisierte elektromagnetische Welle, die sich in positive x-Richtung ausbreitet. Das elektrische Feld ist in der vertikalen Ebene, die auch die y-Achse enthält, das magnetische Feld in der horizontalen Ebene, die auch die z-Achse enthält. Die beiden Felder bilden einen rechten Winkel zueinander [12].	8
4.1 Die Schmetterlingsfamilien <i>Papilionidae</i> und <i>Nymphalida</i>	13
4.2 Spektrometer zur Aufnahme und Messung von Spektren.	16
4.3 Farbmatrix zur Überprüfung des Spektrometers.	17
4.4 Messplan zur Vermessung eines Flügels mit dem Spektrometer.	17
4.5 Das Lasermikroskop im Labor.	18
4.6 Überblicksbild aufgenommen mit dem Lasermikroskop.	19
4.7 VK Software Analyzer.	19
4.8 Das REM in der Universität Basel.	20
5.1 Die unterschiedlichen Wellenlängen des Lichtes, die von den unterschiedlichen Positionen der Farbmatrixt (Abb. 4.3) ausgesandt werden.	22
5.2 Reflektiertes Licht der türkis-blauen Fläche des Schmetterlings <i>Archeoprepona Demophon</i> (Blauanteil).	22
5.3 Reflektiertes Licht der türkis-blauen Fläche des Schmetterlings <i>Archeoprepona Demophon</i> (Grünanteil).	23
5.4 Reflektiertes Licht der türkis-blauen Fläche des Schmetterlings <i>Archeoprepona Demophon</i> (Braunanteil).	23
5.5 Flügel (Archeoprepona Demophon) optisch mit dem Lasermikroskop aufgenommen.	24
5.6 Flügel (Archeoprepona Demophon) mit dem Lasermikroskop aufgenommen, Überlagerung des Laser und des optischen Bildes.	24
5.7 Höhenbild des Flügels (Archeoprepona Demophon) mit dem Lasermikroskop aufgenommen.	24
5.8 REM Bilder für Schmetterling <i>Caligo Atreus</i>	25
5.9 REM Bilder für Schmetterling <i>Kallima Inachus</i>	26
5.10 REM Bilder für Schmetterling <i>Papilio Demoleus</i>	27
5.11 REM Bilder für Schmetterling <i>Prepona Omphale</i>	28
5.12 Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling <i>Caligo Atreus</i>	29
5.13 Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling <i>Kallima Inachus</i>	30
5.14 Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling <i>Papilio Demoleus</i>	31
5.15 Messung (rote Linien) des Durschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling <i>Papilio Palinurus</i>	32

5.16	Messung (rote Linien) des Durchschnittsabstandes zwischen zwei Rillen und der Durchschnittshöhe der Lamellen für den Schmetterling <i>Prepona Omphale</i>	33
5.17	Analyse des Schmetterlingsflügels <i>Papilio Palinurus</i>	34
5.18	Analyse des Schmetterlingsflügels <i>Prepona Omphale</i>	35
5.19	Tannenbaumstruktur Interferenz (Rillen und Lamellen).	36
5.20	Grubenstruktur Phänomen (Grube).	37
5.21	Der Vergleich von Schmetterling mit und ohne Alkohol auf ihren Flügeln.	38
5.22	Die 2D baumartigen T1 (Mitte) und T2 (rechts) Strukturen.	39
5.23	E_x und E_y für die T1–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.	40
5.24	H für die T1–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.	40
5.25	E_x und E_y für die T2–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.	41
5.26	H für die T2–Struktur bei 400 nm und 700 nm Wellenlängen.	41
5.27	Vergleich von E_y für die T1–Struktur mit 400 nm und 700 nm Wellenlängen.	42
5.28	Vergleich von E_y für die T2–Struktur mit 400 nm und 700 nm Wellenlängen.	43

Tabellenverzeichnis

A Die Nomenklatur

Zustandsgrößen

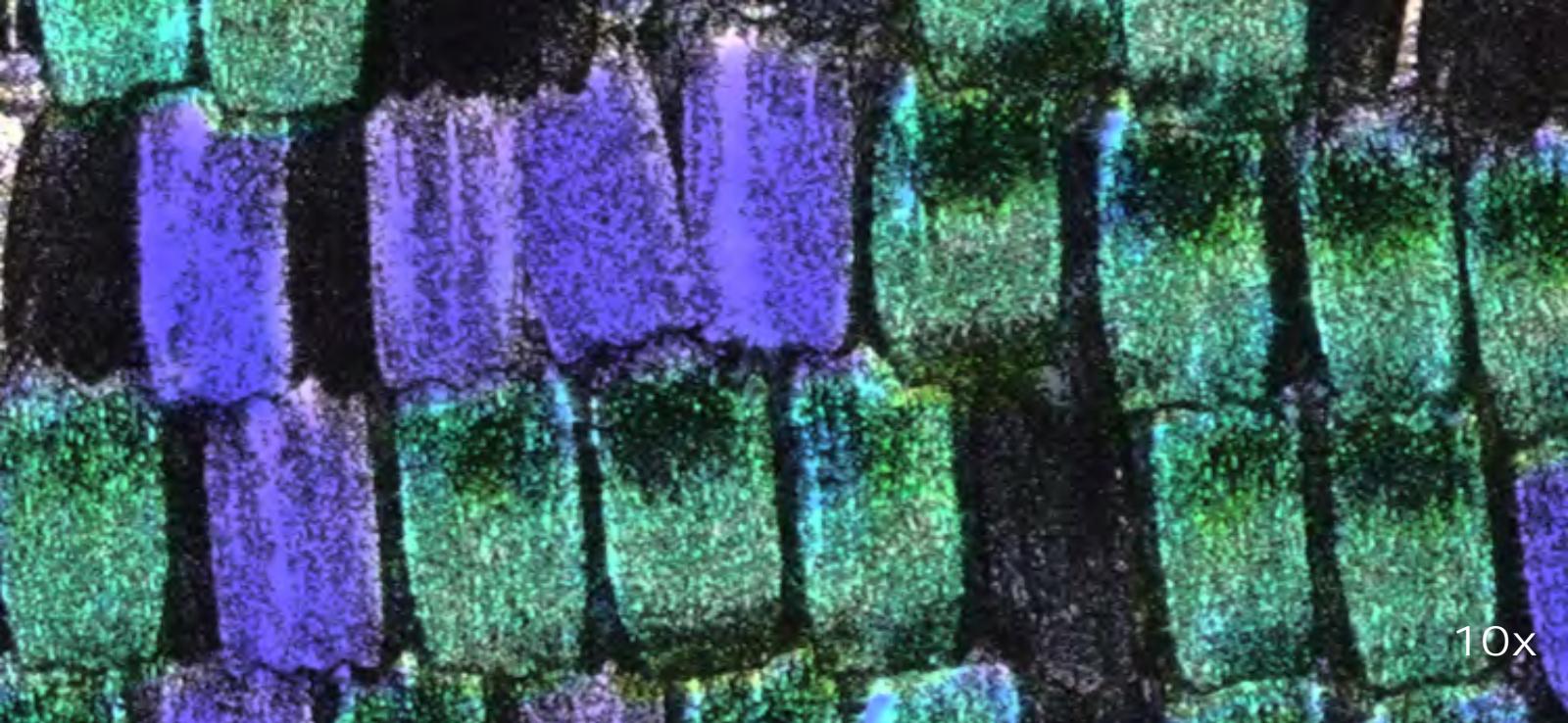
f	Frequenz
λ	Wellenlänge
t	Koordinatenzeit
x	x-Koordinate
y	y-Koordinate
z	z-Koordinate
E	Elektrisches Feld
B	Magnetische Flussdichte
H	Magnetische Feldstärke
J	Dichteströmung

Parameters

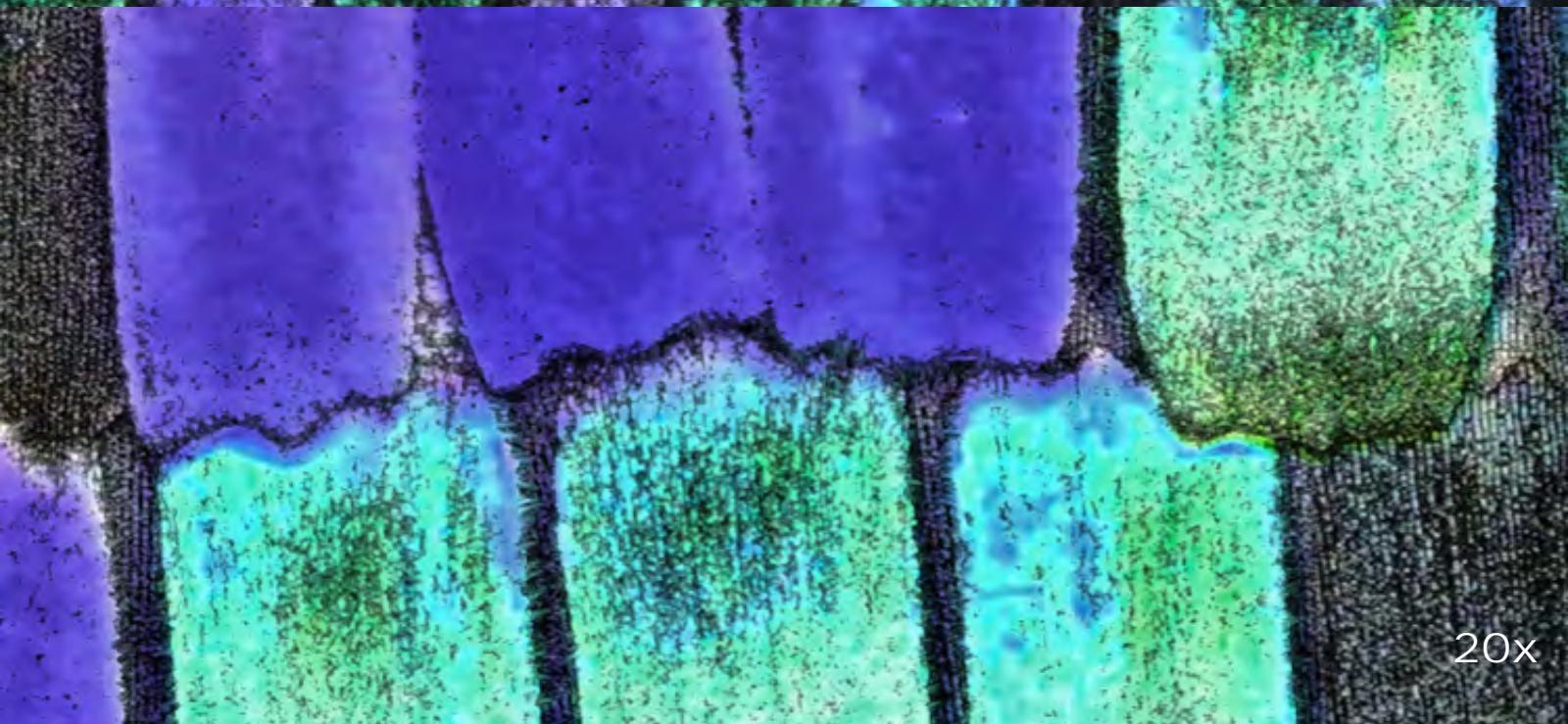
h	Plancksches Wirkungsquantum
ρ	Elektrische Ladungsdichte
ϵ	Permittivität (Material)
ϵ_0	Permittivität (Vakuums)
μ	Magnetische Permeabilität (Material)
μ_0	Magnetische Permeabilität (Vakuums)
c	Lichtgeschwindigkeit (Vakuums)

Mathematischer Operator

∇	Gradienten
$\nabla \cdot$	Divergenz
$\nabla \times$	Rotation



10x



20x



Aashi Kalra
2017

50x